

Vydává Ministerstvo financí České republiky ve spolupráci s Českou národní bankou ve vydavatelství Economia, a. s., Praha

© Ministerstvo financí ČR

Adresa redakce: Vinohradská 49
120 74 Praha 2

Tel.: (02) 253 018 nebo: (02) 24 21 00 25, l. 6141

Fax: (02) 253 728

Šéfredaktor: Ing. Ivan Kočárník, CSc.

Publishers: Ministry of Finance of the Czech Republic in Cooperation with Czech National Bank in Publishing House Economia, Prague

© Ministry of Finance of the Czech Republic

Editor's Office: Vinohradská 49

120 74 Prague 2

Czech Republic

Editor in Chief: Ivan Kočárník

OBSAH

Aleš BULÍŘ: Diferenciace bankovní klientely v podmínkách asymetrické informace (1. část) 409

Anton MARCINČIN: Korporativne riadenie a jeho vplyv na cenu akcií 419

Pavel KOHOUT: Nelineární CAPM 429

Miroslav SOUČEK: Vývoj reálných jednotkových mzdových nákladů (RULC) — významný faktor cenové stability a nákladové konkurenceschopnosti ekonomiky 442

Přehled — Survey

Měnová politika a měnový vývoj v r. 1994 449

Monetary Policy and Monetary Development in 1994 458

Uprostřed čísla:

Quarterly Economic and Fiscal Bulletin of the CR No 3

CONTENTS

Aleš BULÍŘ: Differentiation of Banks' Clients Under Asymmetric Information (1st Part) 409

Anton MARCINČIN: Corporate Governance and its Impact on Share Price 419

Pavel KOHOUT: Non-Linear CAPM 429

Miroslav SOUČEK: Real Unit Labor Costs (RULC) — the Significant Factor of Price Stability and Competitiveness of Economy 442

Survey

Monetary Policy and Monetary Development in 1994 (in Czech) 449
(in English) 458

In the middle of this issue:

Quarterly Economic and Fiscal Bulletin of the CR, No 3

Redakční rada: Dr. Ivan Angelis, CSc., Doc. Ing. Aleš Bulíř, MSc., CSc., Ing. Petr Dvořák, Ing. Miroslav Hrnčíř, DrSc., Doc. Ing. Kamil Janáček, CSc., Ing. Miroslav Kerouš, Ing. Ivan Kočárník, CSc., Ing. Václav Kupka, CSc., Ing. Tomáš Ježek, CSc., Ing. Jiří Pospíšil, CSc., Vladimír Rudlovčák, CSc., Ing. Pavel Štěpánek, CSc., Prof. Jan Švejnar, Ph.D., Doc. Dr. František Vencovský, Ing. Jan Vít, Prof. Ing. Karol Vlachynský, CSc.

Nelineární CAPM*

Pavel KOHOUT**

Úvod

Model CAPM (Capital Asset Pricing Model) nepochybně znamenal revoluci v oblasti managementu portfolia. Byl první skutečně vědeckou teorií portfoliových investic. Skutečnost, že model CAPM je využíván mnoha významnými investory na celém světě, potvrzuje jeho kvality jakožto praktického nástroje pro investiční rozhodování. Na druhé straně má CAPM některé nevýhody, zejména omezenou schopnost zachytit systematické riziko. Tento problém se pokusila překonat teorie APT (Arbitrage Pricing Theory) zavedením více indexů a měr rizika, avšak tato teorie nesplnila očekávání.

Cílem tohoto příspěvku je:

- poukázat na hlavní problém při určování koeficientů beta tradičními technikami,
- ukázat, že vyjadřovací síla APT je omezena samotnými principy této teorie,
- ukázat, že CAPM je potenciálně univerzální teorií hodnocení cenných papírů za předpokladu, že koeficienty beta se nepovažují za konstantní v čase,
- nastínit metodu výpočtu koeficientů beta použitím nelineárních hodnotících technik, konkrétně neuronových sítí.

Poslední bod je diskutován za podmínek silné formy efektivity trhu i v situaci, kdy předpoklady efektivního trhu nejsou přesně dodrženy. Jsou zmíněny důkazy toho, proč APT nemůže být univerzální metodou, a odkaz na univerzální schopnosti neuronových sítí.

Předpoklady

Původní CAPM je založen na následujících předpokladech, které jsou zmíněny v [Sharpe—Alexander 1990]:

1. Investoři hodnotí portfolia s přihlédnutím k očekávaným výnosům a standardním odchylkám těchto portfolií ve stejném časovém horizontu.
2. Investoři nejsou nikdy plně spokojeni, takže pokud mají na výběr mezi dvěma jinak identickými portfolii, vyberou si portfolio s vyšším výnosem.

* Za práci „Nelineární CAPM“ byla za rok 1994 udělena první cena v soutěži „Mladý ekonom roku“, pořádané Českou ekonomickou společností a CERGE.

** Pavel Kohout, analytik KOMERO, brokerského domu, s. r. o.

Redakce příspěvek obdržela 30. 3. 1995.

3. Investoři mají averzi vůči riziku, takže pokud mají na výběr mezi dvěma jinak identickými portfolii, vyberou si portfolio s nižší standardní odchylkou.
4. Jednotlivá aktiva jsou nekonečně dělitelná, což znamená, že investor si může koupit i část akcie, má-li zájem.
5. Existuje bezriziková míra výnosu, na kterou si investoři mohou buď peníze ukládat, anebo půjčovat.
6. Daně a transakční náklady nejsou důležité.
7. Všichni investoři uvažují ve stejném časovém horizontu.
8. Bezriziková míra výnosu je shodná pro všechny investory.
9. Informace jsou zdarma a okamžitě dostupné všem investorům.
10. Investoři mají homogenní očekávání, což znamená, že stejným způsobem vnímají očekávané výnosy, standardní odchylky a kovariance výnosů cenných papírů.

Předpoklady CAPM jsou zde záměrně uvedeny v úplném a nezkráceném znění. Pokud by všechny striktně platily, důsledkem by byla silná forma efektivity trhu. Vypuštěním nebo změnou některých předpokladů bychom došli k trhu, který se vyznačuje částečně silnou (semi-strong) formou efektivity, slabou formou efektivity nebo konečně k neefektivnímu trhu.

Povšimněme si, že metody vycházející z CAPM (zejména optimalizace portfolia s použitím kvadratického programování) jsou zvláště užitečné v případě neefektivního trhu. Tyto metody lze použít, i když naše očekávání ohledně výnosů se liší od hodnot vyplývajících z tržního rizika (tj. domníváme se, že jsme schopni překonat trh). Jelikož některé studie [Elton—Gruber—Grossman 1986], [Dimson—Marsh 1984] popírají silnou formu efektivity reálně existujících trhů, je užitečné takovou možnost vzít v úvahu.

Nejslabší bod CAPM

Podle CAPM existuje jednoduchá lineární závislost mezi systematickým rizikem a očekávanými výnosy. Očekávaná míra výnosu může být vyjádřena následujícím způsobem:

$$ER_i = RFR + \beta_i (ER_m - RFR)$$

kde: ER_i ... očekávaná míra výnosu i -tého cenného papíru

RFR ... bezriziková míra výnosu

β_i ... koeficient beta i -tého cenného papíru

ER_m ... očekávaná míra výnosu tržního indexu

Koeficient beta, který představuje cosi jako konjunkturální citlivost aktiv (zejména akcií), je jediným faktorem určujícím očekávané výnosy za předpokladu efektivního trhu. Ze zřejmých důvodů patří CAPM mezi jednofaktorové modely. Klasická CAPM definuje koeficient beta i -tého aktiva přímočarým způsobem:

$$\beta_i \equiv \text{cov}(R_i, RM) / \text{var}(RM)$$

kde:

R_i ... vektor historických měr výnosu i -tého cenného papíru

RM ... vektor historických měr výnosu tržního indexu

Tato definice nabízí také nejprůchoďejší způsob odhadu koeficientů beta — odhad z historických dat. Předpokládá se, že číslo takto získané bude sta-

bilní v čase. Nicméně předpoklady CAPM neříkají nic o časové stabilitě historických dat. Jde o předpoklad *ad hoc*, který není explicitně obsažen v rámci teorie. Rovněž se předpokládá, že investoři mají homogenní předpoklady, pokud jde o očekávání kovariancí výnosů aktiv, ale nikde není řečeno, že tato očekávání musejí být založena na historických mírách výnosu.

Pokud použijeme odhady koeficientů beta získané z definice a s použitím historických kurzů, znamená to, že věříme, že kovariance a variance výnosů jsou stabilní v čase. Tato víra může být ovšem zavádějící, jak je ukázáno v [Sharpe—Alexander 1990, s. 260—62].

Způsob stanovení koeficientů beta je nejslabším bodem CAPM. Nabízejí se dva způsoby, jak tento nedostatek překlenout:

- zlepšením odhadů beta koeficientů různými metodami, např. filtrováním, modely faktorových beta koeficientů nebo konečně nelineárními modely, jakými jsou např. neuronové sítě,
- zavedením hodnoticího systému, který využívá více koeficientů a více indexů.

Druhý z obou přístupů je charakteristický pro teorii APT (Arbitrage Pricing Model).

APT a perceptron — lineární koncepty hodnocení

APT je multifaktorový model. Na rozdíl od CAPM využívá k určení očekávaných výnosů více než jeden faktor:

$$ER = RFR + \beta_1 \lambda_1 + \dots + \beta_n \lambda_n$$

Základní rovnice modelu APT představuje podmnožinu bodů prostoru, která se v matematické terminologii nazývá *nadrovina*. (CAPM používá pro odhad výnosů přímku, která je speciálním případem nadroviny v dvourozměrném prostoru. Tímto dvourozměrným prostorem je v případě CAPM očekávaný výnos a systematické riziko.)

Rovnice pro určení očekávaných výnosů v rámci modelu APT je zároveň formálně naprosto shodná s rovnicí vícekritériálního rozhodování:

$$U = f_0 + w_1 f_1 + \dots + w_n f_n$$

kde:

U celkový užitek rozhodnutí daného vektorem vah

w_1 až w_n ... vektor vah w

f_1 až f_n ... vektor faktorů f

Výstupem z této užtkové funkce je číslo, které reprezentuje vhodnost určitého řešení daného příslušným vektorem vah. Disciplína operačního výzkumu zvaná *vícekritériální rozhodování* věnuje velkou pozornost metodám správného nastavení těchto vah (viz [Saaty 1980]).

Je nutné poznamenat, že navzdory veškerému úsilí vynaloženému na optimální nastavení vah může vícekritériální rozhodování selhávat i v triviálních případech. Dále uvádíme názorný příklad možnosti takového selhání.

Příklad

Představme si, že náš přítel Jan má obchod s ojetými automobily. Při nákupu automobilu se rozhoduje podle různých kritérií, z nichž budeme pro zjednodušení uvažovat

vynikající stav	ano	ano	ne
průměrný stav	ne	ano	ano
špatný stav	ne	ne	ano
	vysoká cena		
	průměrná cena		
	nízká cena		

jen dvě: stav vozu a jeho cenu. Pro další zjednodušení budeme uvažovat jen tři případy pro obě kritéria: vynikající, přijatelný a špatný stav vozidla a vysokou, průměrnou a nízkou cenu. Za normálních okolností se Jan snaží maximalizovat svůj zisk: zcela jistě nekoupí auto ve špatném stavu za vysokou cenu. Jan je ochotný kupovat vynikající auta za vysoké ceny, automobily v přijatelném stavu za průměrné ceny a auta ve špatném stavu za nízké ceny. Pokud se naskytne možnost koupit vynikající auto za průměrnou cenu, Jan tuto šanci jistě využije, stejně jako možnosti koupit levně vůz v přijatelném stavu.

Takto popsán vypadá Janův rozhodovací problém velmi jednoduše. Co se však stane, jestliže se naskytne šance koupit vynikající automobil za nízkou cenu, např. zánovní Daimler za 1 000 dolarů? Na první pohled je v tomto obchodu cosi podezřelého: automobil je patrně kradený nebo má nějakou závažnou skrytou vadu. Jan proto zdánlivě výhodný obchod odmítne.

Ze schématu č. 1 je zřejmé, že je nemožné nakreslit lineární hranici mezi případy, kdy Jan koupí automobil, a mezi případy opačnými. (Kdyby Jan byl ochoten uzavírat „podezřelé“ obchody, problém by se stal lineárním, neboť by bylo možné vést přímku mezi kladnými a zápornými řešeními; v tomto případě by problém byl popsitelný prostředky multikriteriálního rozhodování.)

Problém obchodníka s ojetými automobily byl velmi jednoduchý, přesto však pomocí lineárního rozhodování neřešitelný. Jde o nelineární problém typu, který se často vyskytuje v rozhodování v běžném životě i v oblasti investování.

V šedesátých letech byla vyvinuta koncepce *perceptronu*. Jeho původ pochází z výzkumu v oblasti umělého intelektu: šlo o zařízení určené k rozpoznávání obrazců. Perceptron měl několik vstupních čidel (v praxi šlo o fotobuňky), jejichž signály byly váženy a sčítány uvnitř perceptronu. Součet signálů byl porovnáván s předem danou veličinou zvanou „prahová úroveň“ (threshold level). Pokud součet signálů překročil prahovou úroveň, výstup z perceptronu byl „ano“ — perceptron poznal vstupní obrazec. V opačném případě perceptron „došel k názoru“, že vstupní obrazec se neshoduje s tím, který má uložen ve své paměti ve formě vektoru vah, a výstup zněl „ne, tento obrazec nepoznávám“.

Očekávalo se, že se perceptron stane významným nástrojem pro různé aplikace. Tato očekávání se však nesplnila, protože se ukázalo, že perceptron u mnoha tříd problémů selhává. Marvin Minsky a Seymour Papert našli důvod tohoto zklamání a publikovali jej ve [Minsky—Papert 1969]. Jde přesně o stejný důvod jako v případě, kdy vícekritériální rozhodování nemůže vyřešit dilema z příkladu obchodu s ojetými vozy. Minsky a Papert tento nedostatek formulovali tak, že perceptron není schopen implementovat logickou funkci

„*exkluzivní nebo*“ (exclusive or, XOR). To znamená, že perceptron není schopen realizovat úplný soubor logických operací, což ho prakticky diskvalifikuje z hlediska serióznějšího použití.

Perceptron, vícekriteriální rozhodování a APT jsou členy „jedné rodiny“, jejímž společným předkem je *nadplocha*. Jejich lineární charakter vysvětluje, proč selhávají při řešení problémů určitých tříd. V případě APT je linearita důvodem, proč APT není schopna zachytit celou šíři systematického rizika. Lineární přístup je v případě podobných modelů nepřekonatelným problémem, ať jsou sebevíc propracované. Bohužel, v případě APT jde o neodstranitelnou chybu, protože linearita patří mezi její základní předpoklady: zákon jedné ceny, který odstraňuje veškeré nelinearity z hodnoticího schématu APT.

Námítky proti APT lze shrnout do několika bodů:

- APT trpí stejným nedostatkem jako CAPM: odhady koeficientů beta jsou počítány z definice (tj. s použitím historických dat pro předpovídání budoucích koeficientů beta). Neexistuje žádný zvláštní důvod věřit v časovou stabilitu kovariancí a variancí — tento předpoklad konečně není ani obsažen v základních předpokladech APT a CAPM. Co horšího: čím více statistických dat použijeme, tím větší bude podíl systematické chyby na celkových odhadech výnosů. Standardní odchylka jednoduchého odhadu koeficientu beta založeného na historických datech (viz [Security Risk 1990]) bývá v některých případech vyšší než hodnota samotného koeficientu beta! Díky této skutečnosti mohou modely APT obsahovat více náhodného šumu než skutečné informace. Příslušná problematika ovšem přesahuje rozsah této práce.
- APT může využívat výhradně makroekonomické indexy (faktory lambda) a příslušné míry citlivosti jednotlivých cenných papírů k odhadu systematického rizika. APT tedy nemůže pracovat s individuálními charakteristikami společností, jako jsou zisky, velikost podniku, zadlužení, likvidita atd. Sotva lze přitom pochybovat, že tyto faktory systematické riziko ovlivňují. APT zde naprosto selhává.
- Lze namítnout, že veškerá informace o systematickém riziku může být obsažena v indexech a koeficientech beta (které představují citlivosti jednotlivých cenných papírů na jednotlivé faktory). Tato námítka není pravdivá, protože ji lze vyvrátit stejným způsobem, jakým Minsky a Papert vyvrátili univerzalitu perceptronu. Faktory, které způsobují systematické riziko, mohou působit nejen izolovaně, ale i synergicky, a proto není možné je zachytit výhradně lineárními modely.

Rovněž lze namítnat, že posledně uvedený argument proti APT je příliš akademický bez velkého praktického významu. Nicméně toto zjištění je velmi praktické, protože říká, že APT z *princiálních důvodů* nemůže obsáhnout veškerou informaci.

Odhady fundamentálních nebo faktorových beta koeficientů nejsou přesně stejný případ. Na rozdíl od APT jsou faktorové modely schopné pojmout veškeré dostupné informace a dokonce (alespoň na teoretické úrovni) zachytit jejich vzájemnou synergii. Jde o velmi závažný teoretický argument ve prospěch CAPM oproti APT za předpokladu použití obecně pojatých odhadů koeficientů beta.

Abychom překonali nedostatečnost lineárních modelů a mohli zpracovat veškerou dostupnou informaci, musíme překonat bariéry linearity.

Odvození nelineárního CAPM

Může se vyskytnout další námitka: CAPM je „od přírody“ lineární, a dokonce pouze jednorozměrný (protože používá jen jediný index); jak by tedy CAPM mohl zachytit více informací než APT, která je vícerozměrná?

Tato námitka by byla namístě, kdybychom věřili, že koeficienty beta jsou stabilní v čase. Avšak koeficienty beta se ve skutečnosti chovají spíše jako funkce času. Totéž platí pro míru výnosu bezrizikové investice a očekávané výnosy tržního indexu. Rovnici pro stanovení očekávaných výnosů potom můžeme formálně přepsat do podoby

$$ER_i(t) = RFR(t) + \beta_i(t) \cdot [R_m(t) - RFR(t)]$$

nebo

$$ER_i(t) = RFR(t) + \beta_i(t) \cdot EXR(t)$$

kde:

$EXR(t)$... dodatečný výnos tržního indexu.

Zdánlivě formální změna plynoucí ze změny konstant na časově závislé proměnné způsobila, že linie kapitálového trhu již není přímka, nýbrž obecná křivka. Máme k dispozici nelineární CAPM, jehož možnosti se na teoretické úrovni významně rozšířily.

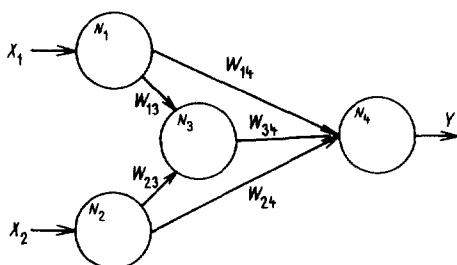
Zatímco APT šla cestou zvyšování počtu lineárně chápaných systematických rizik, nelineární CAPM předpokládá jediné systematické riziko v původním pojetí, avšak časově proměnlivé a závislé na mnoha faktorech a jejich kombinacích, které nejsou blíže určeny. Jak zanedlouho uvidíme, nelineární pojetí CAPM umožňuje vzít v úvahu veškeré dostupné informace a zpracovat tyto informace obecným způsobem. V principu tedy může být univerzálnějším nástrojem než APT, která je zdánlivě zobecněním CAPM.

Samozřejmě existuje i možnost přepsat rovnici APT do podoby, kdy koeficienty beta budou rovněž časově závislé. Je však zbytečné používat více časově proměnlivých koeficientů než jeden, takže v případě „nelineární APT“ by šlo o redundantní model. Kromě toho je možné vyjádřit model APT jako speciální případ nelineárního CAPM:

$$\beta(t) = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \cdot \lambda_i}{R_m - RFR}$$

Funkce $\beta(t)$ je funkcí času, protože jednotlivé faktory λ jsou časově proměnné. Uvedená rovnice nemá velkou praktickou hodnotu, stejně jako samotná APT. Ukazuje však, že APT je speciálním případem CAPM (nelineárně chápaného), a nikoli naopak.

Ačkoli se úvahy obsažené v předchozích odstavcích mohou zdát triviální (stabilita koeficientů beta byla koneckonců vícekrát zpochybňována), tento logický krok byl nutný, aby bylo zřejmé, že CAPM může teoreticky překonat modely vycházející z APT. Základní rovnice CAPM naprosto dostačuje k tomu, aby zahrнула veškeré systematické riziko cenného papíru (samozřejmě za předpokladu, že funkce $\beta(t)$ je „zkonstruována“ správně). Jsou „nelineární bety“ ještě stále betami v původním slova smyslu? Pokud trváme na definici, tak nejsou. „Nelineární bety“ jsou *odhady* „ideálních“ koeficientů beta. Nicméně neexistuje důvod, proč je nepoužívat, pokud se v praxi ukážou být použitelné.



Konkrétní přístup k dokonalejšímu „zachycení“ systematického rizika s využitím nelineární metody ukážeme v dalších odstavcích.

Neuronové sítě jako nelineární koncepce hodnocení

Zdá se vhodnější ukázat praktický příklad než odvozovat principy neuronových sítí čistě akademickým způsobem. Definice a principy neuronových sítí také nejsou hlavním předmětem této práce. Zájemcům lze doporučit práce [Novák 1992] nebo [Hecht—Nielsen 1990], kde lze rovněž najít rozsáhlý seznam literatury. Stručné a srozumitelné vysvětlení principů neuronových sítí je obsaženo v [Baestaens—van den Bergh 1992], kde je zároveň popsána zajímavá aplikace neuronové sítě pro předvídaní pohybů akciového indexu. Rovněž v [Blending Quantitative . . . 1994] je možné najít solidní vysvětlení základů neuronových sítí včetně řady poznámek ke konkrétním aplikacím v oblasti investičního rozhodování.

Na schématu č. 2 vidíme nejjednodušší tvar neuronové sítě, která je schopna vyjádřit synergii dvou faktorů (X_1 a X_2). Síť má čtyři neurony: N_1 až N_4 a pět vazeb, přičemž každá má jistou váhu. Každý neuron má nejméně jeden vstup a výstup. Celá síť má obvykle více než jeden vstup (v našem případě X_1 a X_2) a nejméně jeden výstup (Y).

Uvažujme nyní o neuronové síti jako o prostředku, který realizuje obecnou přechodovou funkci:

$$T: X \rightarrow Y$$

kde:

X . . . n -rozměrný vstupní vektor

Y . . . m -rozměrný výstupní vektor

Naším cílem je zkonstruovat neuronovou síť tak, aby byla univerzální, tj. aby funkce T realizovaná sítí byla schopna aproximovat jakoukoli reálnou funkci f s libovolnou přesností. Konkrétně můžeme považovat f za „oceňovací“ funkci, která je realizována trhem. Vstupní vektor se skládá ze všech dostupných informací a výstupní vektor je shodný s kurzovním lístkem. (Jiný model může mít stejné vstupy, avšak výstupem bude seznam očekávaných výnosů pro jednotlivé akcie.)

Vraťme se k schématu. Abychom vysvětlili, jak neuronové sítě pracují, nejprve předpokládejme, že neuron N_3 neexistuje. Jako výstupní signál obdržíme:

$$Y = X1 \cdot W14 + X2 \cdot W24$$

Jde o rovnici nadplochy. Jde o stejný druh rovnice, jaký je použit v rámci APT pro hodnocení systematického rizika.

Abychom byli schopni pokračovat, musíme zavést nový termín: přechodová funkce neuronu. V nejobecnější podobě má tvar

$$Y = f[WSUM(X1, \dots, XK)]$$

kde:

Y výstup neuronu

$WSUM(X1, \dots, XK)$... součet vstupů do neuronu vážený podle příslušných vah vstupů

f nelineární funkce

V našem příkladě bude přechodová funkce definována tímto způsobem:

$$\begin{aligned} Y1 &= X1, \\ Y2 &= X2, \\ Y &= Y4 = WSUM(Y1, Y2) = Y1 \cdot W14 + Y2 \cdot W24 \end{aligned}$$

Doposud bylo vše lineární. Abychom „překonali“ linearitu, musíme zavést další neuron, $N3$. Jeho přechodovou funkci definujeme například takto:

$$\begin{aligned} Y3 &= 0 \dots \text{jestliže } WSUM(Y1, Y2) < 8,25 \\ Y3 &= 1 \dots \text{jestliže } WSUM(Y1, Y2) \geq 8,25 \end{aligned}$$

Toto je příklad prahové funkce. Jde o nejjednodušší typ funkce, jaký je použitelný v neuronových sítích. Co by se stalo, kdyby $Y3$ byla lineární funkce? V takovémto případě by bylo možné vyjádřit funkci $Y3$ pouhou změnou vah $W14$ a $W24$; neuron $N3$ bychom v takovémto případě mohli odstranit a byli bychom zpět u nadplochy. Ztratili bychom však možnost vyjádřit synergii vstupních faktorů.

Proč je synergie tak důležitá? Mnohé jevy v přírodě, ekonomice nebo v lidském chování mají synergickou podstatu. Například jak vysoká hladina cholesterolu, tak kouření zvyšují riziko infarktu. Avšak pokud se tyto faktory vyskytnou současně, je výsledné riziko vyšší, než by tvořil jednoduchý součet těchto rizik.

Lidské myšlení je od přírody nelineární. V lidském mozku je přibližně $3 \cdot 10^{12}$ neuronů. Neurony v mozku mají desítky až stovky tisíc vazeb (dendritů). Jejich přechodové funkce jsou spíše složité algoritmy než jednoduché prahové funkce. Není tedy nijak překvapivé, že lidské rozhodování, včetně investičního rozhodování, obsahuje velký podíl nelinearity. Jestliže investor zvažuje riziko investice, pravděpodobně bude hodnotit faktory, jako je výše kurzu a jeho variabilita, zisky, objemy obchodů, poměr tržní hodnoty k účetní hodnotě, situace daného odvětví atd. Většina investorů netvoří vícefaktorové lineární modely; místo toho každý investor sestavuje modely ve své hlavě, přičemž tyto modely jsou všelijaké, jen ne lineární.

Důkaz, že lineární modely typu APT nemohou využít veškerou dostupnou informaci, byl již zmíněn. Na tomto místě by měl následovat další: důkaz, že neuronové sítě mohou využít veškeré informace. Tento důkaz existuje a byl proveden Hecht-Nielsenem v roce 1987 a publikován v [Hecht-Nielsen 1987].

Důkaz univerzality neuronových sítí je založen na Kolmogorovově teorému, který je vyvrácením hypotézy vyslovené ve třináctém Hilbertově problému při použití Sprecherova zobecnění [Sprecher 1965]. Anderson [Anderson—Silverstein—Ritz—Jones 1977] a Horník [Horník—Stinchcombe—White 1989] dokázali, že třívrstvá neuronová síť je schopna vyjádřit jakoukoli reálnou funkci T (tj. využít veškerou dostupnou informaci) za předpokladu, že jednotlivé

vě vrstvy obsahují dostatečný počet neuronů. Exaktní matematický důkaz univerzality neuronových sítí máme tedy k dispozici. Bohužel, jde o důkaz existenciální, nikoli konstruktivní. Neposkytuje návod, jak zkonstruovat univerzální neuronovou síť.

Použití nelineárních odhadů koeficientů beta za předpokladu efektivního trhu

Jestliže trh je silně efektivní, neexistuje žádná šance, jak jej systematicky překonávat. Jediný způsob využití vylepšených odhadů koeficientů beta je možnost přesnějšího výběru investiční pozice z hlediska očekávaných dodatečných výnosů k riziku. Máme možnost přesněji identifikovat množinu efektivních portfolií a stanovit naše umístění na této množině. Očekávané výnosy budou v tomto případě odvozeny přímo z odhadů systematických rizik v rámci modelu CAPM.

Na tomto případě není jinak nic zvláštního. Je dokonale konformní se standardním CAPM s výjimkou způsobu stanovení koeficientů beta.

Použití nelineárních odhadů koeficientů beta za předpokladu, že trh není plně efektivní

Protože některé studie [Elton—Gruber—Grossman 1986], [Dimson—Marsh 1984] podporují názor, že skutečné trhy nejsou silně efektivní (možná dokonce ani slabě efektivní, jak je naznačeno v [Graf 1992]), existuje jistá možnost překonat trh při použití přesnějších odhadů koeficientů beta. Jestliže tato šance existuje, je třeba ji prozkoumat, ať je jakkoli nepatrná.

Budeme zkoumat, co se stane, když bude odstraněn desátý předpoklad CAPM (předpoklad homogenních očekávání). Ve prospěch jeho odstranění hovoří řada empirických poznatků. Vezmeme například publikované odhady koeficientů beta. Liší se podle instituce, která tyto odhady provádí, přičemž odhady se mohou lišit ve značné míře, jak je ukázáno v [Cohen—Zinbarg—Zeikel 1987, s. 161].

Je třeba připomenout, že opuštění předpokladu homogenních očekávání nepopírá platnost klasického CAPM z hlediska celého trhu ([Sharpe—Alexander 1990, s. 232]). Nicméně reálný investor musí zaujmout subjektivní pohled, neboť nemá možnost nezaujatého *ex ante* pohledu na očekávané výnosy, standardní odchylky a kovariance z hlediska celého trhu. (Takovýto pohled by byl božským privilegiem, kdyby bůh měl zapotřebí investovat do cenných papírů.) Za předpokladu heterogenních očekávání tedy používá každý investor své vlastní odhady koeficientů beta.

Abychom byli schopni dosáhnout nadprůměrných výnosů, musíme mít dva odhady koeficientu beta pro každý cenný papír. Nazvěme tyto odhady *Beta 1* a *Beta 2*. Každý z nich bude mít pro nás odlišný význam.

Beta 1 je odhadem systematického rizika ve svém původním smyslu. Hodnoty *Beta 1* nebudeme používat pro odvození očekávaných výnosů. Budou nám sloužit výhradně jako odhady systematického rizika společného pro všechny účastníky trhu. (Jde nám čistě o riziko, které v tomto bodě nikterak nespojujeme s výnosy.) Společně s ostatními proměnnými (odhady očekávaných výnosů a celkových rizik) budou sloužit jako vstup pro software pro opti-

malizaci portfolia založený např. na kvadratickém programování nebo na algoritmu Eltona, Grubera a Padberga (viz [Elton—Gruber 1991]).

Beta 2 je náš „soukromý“ odhad systematického rizika, který determinuje náš subjektivní odhad budoucích výnosů. Může být stejný s hodnotou *Beta 1* i od ní rozdílný. V případech, kdy se budeme domnívat, že naše informace nebo analýzy nejsou lepší než ty, které jsou veřejně přístupné, budou oba odhady shodné. V případech, kdy se budou oba odhady lišit, znamená to, že náš subjektivní odhad systematického rizika považujeme za lepší, adekvátnější než „veřejný“ odhad. Rozdíl mezi *Beta 1* a *Beta 2* nemusí pocházet ze znalosti lepších informací, ale z našeho přesvědčení, že naše analýzy veřejně dostupných informací jsou nadprůměrné. Odvození našich vlastních odhadů očekávaných výnosů je v souladu s klasickou linií kapitálového trhu.

Předchozí text se zabýval možnostmi nelineárního hodnocení na čistě teoretické úrovni. Věnujme nyní pozornost některým empirickým zjištěním, která se tak či onak týkají problematiky nelineárního rozhodování.

Empirická podpora nelineárního přístupu hodnocení

Některé studie ([Elton—Gruber—Grossman 1986], [Dimson—Marsh 1984]) signalizují, že pro skutečné trhy není typická silná forma efektivity. Jiné studie dokonce zpochybňují existenci slabé formy efektivity rozvinutých kapitálových trhů [Baestaens—van der Bergh 1992], [Graf 1992]. Znamená to, že je ve skutečnosti možné dosáhnout abnormálních výnosů při správném využití dostupných informací. Je třeba zdůraznit, že hovoříme pouze o legálně dostupných informacích.

Stojí za zmínku, jakým způsobem byly využívány informace ve výše uvedených studiích. V obou případech byl k dispozici větší počet informačních zdrojů. Ve [Dimson—Marsh 1984] bylo analyzováno 4000 předpovědí vývoje kurzů akcií od 35 různých firem, analytiků nebo makléřů z Velké Británie i ze zahraničí. Autoři studie skutečně dokázali s použitím těchto materiálů překonat trh o 2,2 %, přičemž jejich experiment byl uskutečněn s reálnými penězi — šlo o částku kolem dvou set tisíc liber. Žádný z individuálních poradců však nedokázal být systematicky lepší než průměr. Dimson a Marsh došli k závěru, že „[...] zdá se možné zlepšit přesnost předpovědí kombinováním prognóz z různých zdrojů, což je případ této studie“.

Za zmíněným příkladem můžeme vidět opět paradigma neuronové sítě. Na nejnižším stupni hierarchie (vstupní vrstvě sítě v Hecht-Nielsenově terminologii) jsou „surové“ informace: historické kurzy, fundamentální informace, makroekonomické údaje, politické a ekonomické zprávy atd. Druhou vrstvu sítě představují jednotliví analytici a poradci. Na základě „surových“ informací formuluji obchodní doporučení. Analytici přiřazují různým informacím různé váhy podle svých zkušeností a osobních preferencí. Všimněme si, že analýzy nesouvisí s doporučeními analytiků lineárně, což je dáno nelineárním charakterem lidské mysli.

Konečně třetí (výstupní) vrstva je reprezentována přímo Dimsonem a Marshem, kteří použili jednotlivé předpovědi pro svá vlastní investiční rozhodnutí. Abychom ještě jednou použili „neuronovou terminologii“, Dimson a Marsh společně s informačními zdroji a analytiky vytvořili systém zvaný „nelineární aproximátor“. Fakt, že takto vytvořený systém osvědčil svoji úspěšnost, hovoří ve prospěch nelineárních přístupů v investičním rozhodování.

Elton, Gruber a Grossman [1986] empiricky ukázali, že předpovědi analytiků obsahují hodnotnou informaci: „Kupování podle seznamu sestaveného na základě předpovědi brokerských firem vede k nadprůměrným výnosům (ale ne tak vysokým, jako v případě obchodování v důsledku informací o změnách).“ Studie byla prováděna podobným způsobem jako [Dimson—Marsch 1984]. Zkoumaná doporučení, která zahrnovala přes 10 000 klasifikací amerických akcií měsíčně, byla připravována více než 720 analytiky z 34 brokerských domů. Autoři studie dospívají k názoru, že „nemůžeme najít žádný důkaz toho, že mezi brokerskými firmami existuje nějaká nadprůměrná nebo že jedna brokerská firma je lepší než jiná“. Fakt, že neexistuje žádná nejlepší brokerská firma a přece je možné kombinací jejich analýz dospět k nadprůměrným výnosům, hovoří opět jasně ve prospěch nelineárního přístupu k hodnocení investic.

Rosenberg a Marathe [Rosenberg—Marathe „The Prediction . . .“] vytvořili dosti složitý model pro odhad koeficientů beta na základě fundamentálních údajů, indikátorů růstu, velikosti, stáří, podílu na trhu, objemu obchodů, charakteru odvětví atd. Koeficienty beta takto spočtené jsou váženým součtem celkem 46 faktorů. Je samozřejmé, že tento přístup připomíná APT, ale každý z jednotlivých faktorů je složen z více indikátorů — například první faktor je složen ze 14 indikátorů tržní variability. Mezi těmito 14 indikátory jsou historické hodnoty koeficientů beta, frekvence obchodování, objemy, rozmezí maximálních a minimálních cen atd. (bližší popis viz [Elton—Gruber 1991]).

Není třeba zdůrazňovat, že i v tomto modelu se objevuje známá hierarchická struktura. Úvodní Rosenbergovy a Maratheovy testy ukázaly, že modely obsahující jak fundamentální data, tak historické bety vedou k lepším odhadům budoucích bet než použití každého typu odhadu zvlášť. Nicméně tento systém je poněkud komplikovaný, protože pro každý cenný papír musíme znát plných 101 údajů. Zdá se, že i jednodušší systémy mohou poskytovat dobré výsledky. Například společnost Wells Fargo experimentuje se systémem používajícím méně než sedm proměnných. Systém údajně poskytuje o 25 % lepší odhady koeficientů beta [Elton—Gruber 1991].

Žádný z uvedených systémů není přímo založen na neuronových sítích, nicméně podstatné je spíše jejich paradigma než konkrétní provedení. Zároveň je třeba zdůraznit, že z celkem zřejmých důvodů existuje jen velmi málo publikovaných informací o komerčně využívaných systémech. Publikované informace mají také často charakter statistického důkazu validity příslušné metody, přičemž její podstata bývá nastíněna jen letmo (s obvyklou poznámkou, že „tato problematika přesahuje rozsah článku“), takže slouží spíše reklamě pro jejich autory. V oblasti rutinního využití je pravděpodobně nejdále firma BARRA (jejímž zakladatelem je již zmíněný Barr Rosenberg). Tato firma je zároveň relativně nejdílnější, pokud jde o podstatu používaných metod. BARRA nabízí i modifikace svých kvantitativních metod pro různé světové trhy.

Na závěr věnujme pozornost totálně nelineárnímu přístupu k investování, který také může vést k mimořádným výnosům: správnému používání lidského mozku. Za všechny uveďme jména jako Peter Lynch (bývalý manažer fondu Fidelity Magellan), George Soros (netřeba představovat) nebo Jim Rogers (bývalý Sorosův partner). Tito lidé byli schopni vítězit nad trhem po desetiletí, přičemž používali výhradně vlastní hlavu. Žádný umělý intelekt se jim dosud nemůže rovnat. Znamenají výkony těchto lidí popření tržní efektivity? Nikoli, protože zdaleka ne každý investor má jejich brilantní schopnosti. To je také důvod, proč je užitečné studovat principy lidského myšlení a snažit se vytvořit umělé systémy založené na těchto principech.

Výsledek této práce může být shrnut do několika bodů:

- Bylo ukázáno, že teorie APT nedostačuje k vyjádření systematického rizika, což je dáno izomorfismem modelu APT a perceptronu. Příslušný důkaz byl zmíněn ve [Minsky—Papert 1969].
- Byla nastíněna koncepce nelineárního modelu CAPM jakožto univerzálního modelu oceňování cenných papírů.
- Hecht-Nielsenovy neuronové sítě byly navrženy jako nástroj pro realizaci nelineárního modelu CAPM. Současně byl zmíněn důkaz jejich univerzality [Hecht—Nielsen 1987], [Sprecher 1965], [Anderson—Silverstein—Ritz—Jones 1977], [Hornik—Stinchcombe—White 1989].
- Byl navržen způsob použití nelineárního modelu hodnocení akcií v podmínkách efektivního i neefektivního trhu.
- Zmíněny byly některé empirické studie podporující názor o vhodnosti nelineárních modelů.

Implementace a využití nelineárního CAPM je záležitostí dalšího výzkumu. Zároveň je třeba říci, že ačkoli některé části této studie jsou zdánlivě v protikladu s hypotézou efektivních trhů, využití výkonných systémů založených na neuronových sítích nebo jiných nelineárních metodách pravděpodobně zůstane v důsledku náročnosti jejich vývoje privilegiem relativně malé skupiny významných investorů. Nejde tedy o nalezení nějakého zázračného prostředku pro zaručené vítězství nad trhem.

LITERATURA

- AMIHUD, Y.—MENDELSON, H.: *The Effects of Beta, Bid-Ask Spread, Residual Risk, and Size on Stock Returns*. The Journal of Finance, Vol. XLIV, č. 2 (červen 1989), ss. 479—487.
- ANDERSON, J. A.—SILVERSTEIN, J. W.—RITZ, S. A.—JONES, R. S.: *Distinctive Features, Categorical Perceptions, and Probability Learning: Some Applications of a Neural Model*. Physiol. rev., Vol. 84, č. 5, 1977, ss. 413—451.
- BAESTAENS, D. E.—VAN DER BERGH, W. M.: *Tracking the Amsterdam Stock Index Using Hecht—Nielsen's Knowledge Net*. Neural Network World, Vol. 2, č. 6, 1992, ss. 543—559.
- Blending Quantitative and Traditional Equity Analysis*. AIMR, Charlottesville, Virginia, 1994.
- CAMPBELL, J. Y.—MEI, J.: *Where Do Betas Come From? Asset Price Dynamics and the Sources of Systematic Risk*. Working paper, č. 4 329, Cambridge (Mass.), National Bureau of Economic Research Inc., 1993.
- COHEN, J. B.—ZINBARG, E. D.—ZEIKEL, A.: *Investment Analysis and Portfolio Management*. Homewood, Richard D. Irwin, Inc. 1987.
- DIMSON, E.—MARSH, P.: *An Analysis of Brokers' and Analysts' Unpublished Forecast of UK Stock Returns*. The Journal of Finance, Vol. XXXIX, č. 5 (prosinec 1984), ss. 1257—1292.
- DUMAS, B.: *Partial—vs. General—Equilibrium Models of the International Capital Market*. Working Paper, č. 4 446, Cambridge (Mass.), National Bureau of Economic Research, Inc. 1993.
- ELTON, E. J.—GRUBER, M. J.: *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York, John Wiley & Sons, inc., fourth edition, 1991.
- ELTON, E. J.—GRUBER, M. J.—GROSSMAN, S.: *Discrete Expectational Data and Portfolio Performance*. The Journal of Finance, vol. XXXXI, č. 3 (červenec 1986), ss. 699—712.
- FAMA, E. F.—FRENCH, K. F.: *Permanent and Temporary Components of Stock Prices*. Journal of Political Economy, 96, 1988, ss. 246—273.
- GRAF, J.: *Long-term Stock Market Forecasting Using Artificial Neural Network*. Neural Network World, vol. 2, č. 6, 1992, ss. 615—620.

- HARVEY, C. R.: *Conditional Asset Allocation in Emerging Markets*. Working Paper, č. 4623, Cambridge (Mass.), National Bureau of Economic research, Inc. 1993.
- HARVEY, C. R.: *Predictable Risk and Returns in Emerging Markets*. Working Paper, č. 4621, Cambridge (Mass.), National Bureau of Economic Research, Inc. 1993.
- HECHT-NIELSEN, R.: *Kolmogorov's Mapping Neural Network Existence Theorem*. Proceedings of the IEEE First International Conference on Neural Networks, vol. III, 11–13, IEEE Press, New York 1987.
- HECHT-NIELSEN, R.: *Neurocomputing*. Reading (Mass.), Addison—Wesley Publishing Co. 1990.
- HORNIK, K.—STINCHCOMBE, M.—WHITE, H.: *Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators*. Neural Networks, Vol. 2, 1989, ss. 359–366.
- MERTON, R. C.: *A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information*. The Journal of Finance, Vol. XLII, č. 3 (červenec 1987), ss. 483–511.
- MINSKY, M.—PAPERT, S.: *Perceptrons*. Cambridge (Mass.), MIT Press 1969.
- NOVÁK, M.: *Neuronové sítě a neuropočítače*. Praha, Senzo, a. s., 1992.
- ROSENBERG, B.—MARATHE, V.: *The Prediction of Investment Risk: Systematic and Residual Risk*. reprint 21, Berkely Working paper Series.
- SAATY, T. L.: *The Analytic Hierarchy Process. Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. New York, McGrawHill 1980.
- Security Risk Evaluation*. Merrill Lynch, Pirece, Fenner a. Smith, Inc. 1990. (In: Brealey, R. A.—Myers, S. C.: Principles of Corporate Finance. New York, McGraw—Hill 1991.)
- SHARPE, W. F.: *Capital Asset Prices with and without Negative Holdings (The Nobel Lecture of Professor Sharpe)*. The journal of Finance, červen 1991, Vol. 46, č. 2, ss. 489–509.
- SHARPE, W. F.—ALEXANDER, G. J.: *Investments*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc. 1990.
- SPRECHER, D. A.: *On the Structure of Continuous Functions of Several Variables*. Trans. American Math. Society, Vol. 115, brezen 1965, ss. 340–355.

SUMMARY

Non-Linear CAPM

Pavel KOHOUT, KOMERO, s. r. o.

The Capital Asset Pricing Model is more general than the Arbitrage Pricing Theory based models provided that beta coefficients are viewed as non-linear functions of parameters that vary over time. More accurate estimates of the beta coefficients or the expected rates of return can be obtained by using non-linear schemes such as neural networks. It was proved that the APT or similar models cannot explain the whole systematic risk due to their linear character [Minsky—Papert 1969]. Another proof referred to is that the Hecht—Nielsen neural networks are universal approximators of reality [Hecht—Nielsen 1987], [Sprecher 1965], [Anderson—Silverstein—Ritz—Jones 1977], [Hornik—Stinchcombe—White 1989] while the evaluating approach used in the APT can be viewed as a special case of these networks. Empirical evidence is mentioned that using non-linear concepts in investing really can add value [Baestaens—van den Bergh 1992], [Elton—Gruber—Grossman 1986], [Dimson—Marsh 1984], [Graf 1992]. Therefore, the non-linear CAPM is theoretically capable to explain the whole systematic risk of a security. This is discussed under assumptions of both a strong and semi-strong form of an efficient market.