FINANCE A ÚVĚR 1/1995
ročník 45

Vydává Ministerstvo financí České republiky ve spolupráci s Českou národní bankou ve vydavatelství Economia, a. s., Praha

Adresa redakce: Vinohradská 49
120 74 Praha 2
Tel.: (02) 253 018 nebo: (02) 24 21 00 25, l. 6141
Fax: (02) 253 728

Šéfredaktor: Ing. Ivan Kočárník, CSc.

FINANCE A ÚVĚR 1/1995
Volume 45

Publishers: Ministry of Finance of the Czech Republic in Cooperation with Czech National Bank in Publishing House Economia, Prague

Editor's Office: Vinohradská 49
120 74 Prague 2
Czech Republic

Editor in Chief: Ivan Kočárník

OBSAH

Uprostřed čísla:
Petr ZAHRADNÍK: **Investiční možnosti individuálního investora** — 2. část: ss. 13—28

CONTENTS

In the middle of this issue:
Petr ZAHRADNÍK: **Investment Opportunities for an Individual Investor** — 2nd Part: pp. 13—28

DT: 336.74; 336.741.28(100.2)

Pravděpodobnostní aspekty hotovostního toku

Milan KRIŠTOF*

Empirické poznatky ukazují, že uznání činnosti podniku na příslušném tržním segmentu je poznamenáno nejistotou, resp. obchodním rizikem, které je nenulové.

Přiměřeně k tomu by bylo vhodnější v analýze ukazatelů peněžní dynamiky vycházet z toho, že tato dynamika je ovlivňována jevy a procesy, které lze charakterizovat jako nahodilé.

Nicméně použití odpovídajících matematických metod je v praxi značně omezeno, protože obvyklým způsobem získaná časová řada pozorování je příliš krátká a podmínky pozorování nejsou natolik konstantní, aby použité metody mohly dát korektní výsledky.

Předložený článek se zabývá úvodem do řešení problému, tím, jak tato omezení překonat. V první části se uvádějí některé vztahy a ukazatele peněžní dynamiky, které slouží jako východisko ke zkoumání nahodilých vlivů. V druhé části se uvažuje hotovostní tok jako nahodilá veličina a nastiňuje se možnost určení spektrální hustoty hotovostního toku. Lze předpokládat, že její zkoumání bude užitečné pro další rozvoj finanční analýzy a řízení.

Pro snadnější pochopení základní myšlenky se používá minimum matematického aparátu, někdy i ve volnější podobě, aniž by to bylo na překážku uplatnění v praxi, zejména v podmínkách adekvátního softwarového vybavení.

Některé vztahy peněžní dynamiky

Aniž bychom se odchýlili od podstaty používaných postupů při hodnocení hotovostního toku, můžeme hotovostní tok vyjádřit v poněkud pozměněné podobě.

Mějme bilanční rovnici aktiv A_T a pasiv P_T pro dané účetní období T a zapišme ji ve tvaru:

$$C_T + A'_T = P_T \tag{1}$$

kde C_T představuje peněžní prostředky okamžitě použitelné.

Snadnými operacemi dostaneme rovnici pro přírůstek peněžních prostředků mezi počátečním a koncovým stavem v období T:

* Ing. Milan Krištof, pracovník ČNB Praha

Redakce příspěvek obdržela 15. 4. 1994.

$$\Delta C_T = -\Delta A'_T + \Delta P_T \tag{2}$$

Symbolem Δ označujeme přírůstek (diferenci), např. $\Delta C_T = C_T - C_{T-1}$, a veličina A'_T je určena vztahem $A'_T = A_T - C_T$.

Vztah (2) platí obecně, a tudíž není na překážku, že obsahuje i členy, které jsou nepeněžními operacemi a nepředstavují tudíž skutečný pohyb peněz.

Tento vztah můžeme pozměnit do podoby modelu, jenž umožňuje lépe zkoumat pohyb peněžních prostředků mezi podnikem a jeho okolím.

Ke konstruování modelu využijeme vhodně zvolené poměrové ukazatele např. rentability, likvidity apod. Spolu s tím provedeme rozklad veličin A'_T a P_T na jednotlivé komponenty, vč. eventuálního vydělení zisku.
Pro ilustraci přepišme vztah (2) do tvaru:

$$\Delta C_T = -\Delta(A_{1T} + A_{2T} + A_{3T}) + \Delta(P'_T + Z_T)$$

kde A_{2T} jsou pohledávky, A_{3T} jsou zásoby a A_{1T} jsou ostatní aktiva, vč. fixních. Zisk označujeme písmenem Z_T.

Zvolme za míru obratu pohledávek L_{2T} poměr mezi pohledávkami A_{2T} a tržbami E_T. Za míru obratu zásob L_{3T} zvolme poměr mezi zásobami A_{3T} a tržbami E_T. Za míru rentability R_T zvolíme poměr mezi ziskem Z_T a veličinou P'_T.

Dostáváme vztah:

$$\begin{aligned}\Delta C_T = {} & -\Delta A_{1T} - (\Delta L_{2T} + \Delta L_{3T}) \,.\, E_T - (L_{2T-1} + L_{3T-1}) \,.\, \Delta E_T + \\ & + (1 + R_{T-1}) \,.\, \Delta P'_T + \Delta R_T \,.\, P'_T\end{aligned} \tag{3}$$

Tento vztah ukazuje, jak se na přírůstku peněžních prostředků podílí změna míry obratu a rentability.

Abychom získali kompaktní model, můžeme ke vztahu (3) připojit další podmínky, které dokreslují strukturu peněžní dynamiky.

V některých případech je užitečné separovat hotovostní tok podle základních oblastí činnosti podniku. Označme si postupně indexem $i = 1, 2, 3, 4$ následující oblasti činnosti: provozní, investiční, finanční a mimořádnou činnost. Potom separací dostáváme soubor vztahů:

$$\Delta C_{iT} = -\Delta A'_{iT} + \Delta P_{iT} \tag{4}$$

Základním kritériem pro volbu poměrové veličiny nebo pro doplnění vztahu (2) vedlejšími podmínkami apod. je vždy účel, který sledujeme při konstrukci modelu. Jde o to, jaké konkrétní otázky finančního řízení chceme řešit, co chceme analyzovat. Podle toho pak volíme konkrétní tvar modelu. Je zřejmé, že pro finanční analýzu je vhodnější používat modelovou techniku než použít zkusmo vybranou nesourodou směs poměrových a stavových ukazatelů.

Na okraj poznamenejme, že využití takového modelu k získání výroku o možném budoucím průběhu hotovostního toku vyžaduje přinejmenším zohlednit jak podrozvahové položky, tak i charakter změn podmínek, ve kterých se realizuje podnikatelská činnost.

Hotovostní tok jako nahodilá veličina

Přírůstek peněžních prostředků ve vztahu (2) ovšem není jen rozdílem mezi počátečním a koncovým stavem v období T. Současně je totiž i veličinou, která charakterizuje rozdíl mezi příjmy peněžních prostředků Y_T a jejich výdaji X_T:

$$\Delta C_T = Y_T - X_T \tag{5}$$

Obdobné výrazy dostáváme i pro vztah (4). Za pozornost však stojí, že uvedený vztah (5) se jeví jako užitečné východisko pro zkoumání peněžní dynamiky na základě zobrazení nahodilými veličinami.

K takovému zkoumání potřebujeme mj. dostatek pozorování v dostatečně dlouhém časovém intervalu, během kterého nedochází k významné změně podmínek pozorování.

Řešení tohoto problému nám nabízí bankovní praxe.

Víme, že v bance se sleduje a eviduje řada údajů, které nesou informace o peněžní dynamice. I když se doposud málo využívají k analýzám, znamená to, že existuje reálná cesta, která při použití moderních informačních technologií je schopna zajistit dostatek pozorování k použití matematickostatistických metod.

Abychom mohli s těmito pozorováními pracovat, je účelné využít příjmově-výdajový princip, spolu se zjemněním časového měřítka.

V důsledku toho dostáváme vztah:

$$\Delta c(t) = y(t) - x(t) \tag{6}$$

kde $y(t)$ a $x(t)$ jsou příjmy a výdaje peněžních prostředků v čase t.

Přírůstek $\Delta c(t)$ je výslednicí působení systémově spjatých veličin $y(t)$, $x(t)$, které jej plně vysvětlují a zobrazují reálné vstupní a výstupní toky peněz. Jsou diskrétní v čase, ale v některých případech je můžeme brát i jako veličiny spojité v čase.

Obecně vzato, tyto veličiny zpravidla mají nestacionární charakter. Abychom zlepšili jejich charakteristiky a mohli je snadněji zkoumat, zvažme některé poznatky.

Nejdříve přichází v úvahu skutečnost, že veličinu $x(t)$ můžeme do značné míry regulovat, a tudíž i determinovat. Z toho plyne, že u veličiny $x(t)$ můžeme vydělit deterministickou složku, kterou v okamžiku t známe alespoň na několik kroků dopředu. Např. to může být po částech spojitá regresní křivka.

Podobně můžeme vyčlenit deterministickou složku u veličiny $y(t)$.

Zbývající nahodilé části obou veličin lze často transformovat tak, abychom je mohli považovat za stacionární veličiny.

V opačném případě, pokud takto postupovat nelze, nabízí se možnost použít dostupné metody zkoumání nelineárních nahodilých procesů.

V dalším předpokládejme, že veličiny $x(t)$, $y(t)$ jsou stacionární a centrované.

V takovém případě můžeme použít Fourierovou transformaci F, např. proměnné $x(t)$, kterou pro diskrétní případ zapíšeme ve tvaru:

$$x(t) = \sum_j (a_j \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t)$$

s nahodilými koeficienty a_j, b_j.

Pro odpovídající kovariační funkci $R_x(\tau)$ platí:

$$R_x(\tau) = FS_x(\omega)$$

kde $S_x(\omega)$ je spektrální hustota.

Podobně můžeme dostat spektrální hustotu i pro další proměnné ve vztahu (6) a posouzením souvislostí se vztahem (5) můžeme dostat spektrální hustotu pro veličinu ΔC_T. Lze totiž snadno dokázat, že veličinu ΔC_T můžeme snadno získat z $\Delta c(t)$ její lineární transformací až na nepodstatnou odchylku.

Získané spektrální hustoty, resp. kovariační funkce, nám umožňují analyzovat strukturu hotovostního toku a vydělit podstatné trendy a cykly, které se v něm projevují. Na tomto základě se lze zabývat jejich věcnou interpretací, tím, jak souvisejí s ekonomickými aktivitami, a využít získané poznatky v řadě aplikací.

Například můžeme v čase t predikovat hodnotu hotovostního toku na období pokrývající několik nejbližších termínů ($t + 1$, $t + 2$, ... $t + k$) splátek poskytnutého úvěru. Určíme-li očekávanou hodnotu toku v čase $t + k$, můžeme vyčíslit potenciální riziko nezaplacení splátky. Výsledek nám dá případný podnět k volbě postupů pro eliminaci rizika a jeho důsledků.

Pravděpodobnostní charakteristiky nám dovolují i další zajímavou aplikaci, jako je zkoumání důsledků poskytnutí úvěru na peněžní dynamiku ještě v období přípravy úvěrového obchodu.

K tomu doplníme předchozí vztahy o závislost mezi plánem čerpání a užití úvěru a jeho přínosem a splátkovým plánem. Tuto závislost vyjádříme vztahem:

$$\sum_i k_i y(t_a - i) = \sum_j l_j x(t_b - j) \tag{7}$$

jehož konkrétní tvar, tj. určení koeficientů k a l, závisí na konstrukci úvěrů a na volbě parametrů.

Zapracováním vztahu (7) do soustavy vztahů pro peněžní dynamiku můžeme ověřovat různé varianty úvěru a vybírat takovou, která bude nejvhodnější.

Z hlediska určování tvaru spektrální hustoty jde v jednodušším případě opět o nějakou lineární transformaci, což pro $x(t)$ znamená změnu spektrální hustoty $S_x(\omega)$ na novou veličinu:

$$S'_x(\omega) = |G(\omega)|^2 \, . \, S_x(\omega)$$

kde funkce $G(\omega)$ charakterizuje změnu $x(t)$, resp. $S_x(\omega)$ vlivem úvěru. Obdobně se projevuje změna $y(t)$ a v důsledku toho můžeme zkoumat vliv uvažovaného úvěru na změnu $\Delta c(t)$ a jeho spektrální hustoty.

Stejný charakter má aplikace, při které si ověřujeme, jak finanční řízení a volba jeho instrumentů modulují průběh hotovostního toku. Jejím výsledkem jsou výroky o tom, zda použité nebo uvažované finanční a bankovní instrumenty (produkty) odpovídají ekonomickým možnostem a úrovni finančního řízení podniku.

V návaznosti na úvahy týkající se vztahu (3) jde tedy i v tomto případě o to, zapracovat do použitého postupu další podmínky, které hlouběji zobrazují závislosti mezi ukazateli peněžní dynamiky.

Jedna ze základních podmínek, kterou můžeme doplnit vztah (6), vychází z předpokladu, že příjmy peněžních prostředků v čase t závisejí na předchozích výdajích. Pro tuto závislost můžeme volit vztah podobný vztahu (7):

$$y(t) = \sum_j a_j \, x(t - j) \tag{8}$$

kde koeficienty a charakterizují míru vlivu výdajů x v čase $(t - j)$ na hodnotu příjmů y v čase t. Pomocí tohoto vztahu se můžeme také zabývat i případy, kdy podmínky pozorování nejsou konstantní. Když v návaznosti na (8) určíme kovariační funkci výrazem:

$$R_y(\tau) = \sum_j a_j \, R_{yx}(\tau - j)$$

můžeme tento výraz přepsat do tvaru:

$$R_y(\tau) = \int_L R_{yx}(\tau - z) \, \hat{D}(g(z)) dz$$

ve kterém používáme zobecněnou funkci $\hat{D}(g(z))$ určenou na intervalu L, např. Diracovou delta-funkci. Pro hladkou funkci $g(z)$ platí, že je nulová v bodech $z = j$, její první derivace je v těchto bodech nenulová a nabývá převrácených hodnot a_j.

Na změnu souboru veličin a_j ve vztahu (8) můžeme pak usuzovat ze zkoumání změn okrajových podmínek funkcionálu, jehož extremálou je funkce $g(z)$. Předpokládáme přitom, že ve změnách těchto okrajových podmínek se jednoznačně zobrazuje změna podmínek pozorování.

K tomu poznamenejme, že konstrukce podmínek doplňujících vztah (6) v praxi souvisí s požadavkem, aby účetní analytika odpovídala potřebám finančního řízení. Tento požadavek se vždy nedodržuje, takže ačkoliv je dostatek prvotních informací, mnohé se musí pracně rekonstruovat, resp. dodatečně výběrově zjišťovat. Proto se jako aktuální ukazuje problém využít, resp. stanovit taxonomické principy, jejichž uplatněním se zajistí dostatečná priorita potřeb finančního řízení při systemizaci účetních případů jednotlivých typů rizik.

Závěr

V článku uvedené poznatky ukazují, že lze zkoumat ukazatele hotovostního toku jako nahodilé veličiny. Tyto ukazatele jsou dostupné pro uplatnění metod matematické statistiky a teorie stochastických procesů.

V důsledku toho se otevírají nové cesty k zefektivnění finančního řízení. Pochopitelně je nezbytná podpora vyspělých a pokud možno komfortních informačních technologií.

K podrobnějšímu popisu uvedené problematiky připravuje autor článek zaměřený mj. na aplikaci uvedených poznatků na otázky likvidity bank.

SUMMARY

Probability Aspects of Cash Flow

Milan KRIŠTOF, Czech National Bank Praha

This article begins by describing cash flow as the difference between the results of two different time series, cash inflow and cash outflow.

When taking a closer measurement of these series, one may obtain sufficient observations for a probability analysis of cash flow.

The article concludes by discussing several possible applications for a probability analysis of cash flow.