

Vydává Fakulta sociálních věd Univerzity Karlovy v Praze ve spolupráci s Českou národní bankou a Ministerstvem financí ČR ve vydavatelství **Economia, a. s.**, Praha

© Fakulta sociálních věd UK Praha

Adresa redakce: Vinohradská 49  
120 74 Praha 2  
tel.: (02) 22 25 00 36 nebo: (02) 215 93 171  
fax: (02) 22 25 04 62  
e-mail: red.fau@iol.cz

**Šéfredaktor:** Doc. Ing. Zdeněk Tůma, CSc.

**Výkonná redaktorka:** Mgr. Renata Nováková

Publishers: Faculty of Social Sciences, Charles University, Prague, in Cooperation with the Czech National Bank and the Ministry of Finance of the CR in Publishing House **Economia**, Prague

© Faculty of Social Sciences, Charles University, Prague

Editor's Office: Vinohradská 49  
120 74 Prague 2  
Czech Republic

**Editor in Chief:** Zdeněk Tůma

## OBSAH

Jiří JONÁŠ: Finanční krize v Asii a úloha MMF ..... 129

Martin HLUŠEK-Miroslav SINGER: Možnosti modelování vývozu a dovozu v období restrukтуRALizace ..... 143

Vladimír TOMŠÍK: Problémy vývoje české ekonomiky v období 1993–1997 (1. část) ..... 157

Zdeněk ZMEŠKAL: Fuzzy-stochastický odhad hodnoty firmy jako kupní opce ..... 168

## Semináře ČSE

Martin ČIHÁK: Rakouská škola a její význam pro současnost ..... 176

## Daňové judikáty

Výběr ze soudních rozhodnutí ve věcech daní č. 4 a 5/99 ..... 180

## CONTENTS

Jiří JONÁŠ: Asia's Financial Crisis and the Role of the International Monetary Fund ..... 129

Martin HLUŠEK-Miroslav SINGER: Import and Export Modeling in a Transition Economy ..... 143

Vladimír TOMŠÍK: Problems of the Czech Economy, 1993–1997 (1st Part) ..... 157

Zdeněk ZMEŠKAL: Fuzzy-Stochastic Estimation of a Firm Value as a Call Option ..... 168

## CES Seminars

Martin ČIHÁK: The Austrian School and Its Importance Today ..... 176

## Tax Judicial Decisions

Abstract from Court Decisions Concerning Taxation No. 4, 5/99 ..... 180

Autorská práva vykonává vydavatel (viz § 4 zák. č. 35/1965 Sb. ve znění změn a doplňků). Užití části nebo celku publikovaných textů – vč. publikovaných zpracovaných znění judikátů –, rozmnozování a šíření jakýmkoli způsobem (zejména mechanickým nebo elektronickým) bez výslovného svolení vydavatele je zakázáno.

**Ediční kruh:** Doc. Ing. Aleš Bulíř, MSc., CSc., Ing. Petr Dvořák, Ing. Věra Kameničková, CSc., Ing. Evžen Kočenda, PhD., Prof. Ing. Michal Mejstřík, CSc., Ing. Karel Pulpán, CSc., Ing. Ondřej Schneider, PhD. (zástupce předsedy), Ing. Miroslav Singer, PhD., Mgr. Kateřina Šmídová, MA, Doc. Ing. Zdeněk Tůma, CSc. (předseda), Doc. Ing. Miloslav Vošvrda, CSc.

**Redakční rada:** Doc. Ing. Aleš Bulíř, MSc., CSc., PhD. Zdeněk Drábek, Ing. Petr Dvořák, Gabriel Eichler, Ing. Michaela Erbenová, PhD., Ing. Milena Horčicová, CSc., Ing. Miroslav Hrnčíř, DrSc., Prof. Ing. Kamil Janáček, CSc., Ing. Tomáš Ježek, CSc., Ing. Jiří Jonáš, Ing. Jan Klacek, CSc., Ing. Ivan Kočárník, CSc. (předseda), Ing. Jiří Kunert, Ing. Pavel Kysilka, CSc., Prof. Ing. Michal Mejstřík, CSc., Ing. Jan Mládek, CSc., Prof. Ing. Lubomír Mlčoch, CSc., Ing. Jiří Pospišil, Doc. Ing. Zbyněk Revenda, CSc., Ing. Pavel Štěpánek, CSc., Doc. Ing. Zdeněk Tůma, CSc., Doc. Ing. František Turnovec, CSc., Prof. Dr. František Vencovský, Prof. Ing. Karol Vlachynský, CSc.

# Fuzzy-stochastický odhad hodnoty firmy jako kupní opce

Zdeněk ZMEŠKAL\*

Stanovení hodnoty firmy nebo segmentu aktiv jakékoliv podnikové struktury je prostředkem pro vyjádření a řízení cílů firmy. Přitom se jedná o složitý problém s promítáním vlivu komplexnosti, vzájemné provázanosti, synergie, etapovitosti, rizika (využití pravděpodobnosti) a také neurčitosti (například aplikace fuzzy množin).

Stojíme-li před úkolem ocenit segment aktiv, je nezbytné vymezit jednoznačně vstupy, výstupy a hranice daného celku. Pro ocenění aktiv tohoto segmentu se nabízí řada metod a vždy se jedná o posuzování situace z různých hledisek.

V zásadě existují čtyři přístupy. Prvním z nich jsou (1) *výnosové metody*, při nichž jsou ceny aktiv stanovovány jako současná hodnota budoucích finančních toků. Druhou skupinu představují (2) *substanciální metody*, u kterých je cena aktiv vyvozována z reprodukční ceny (tržní ocenění) aktiv a veškerého majetku, který je oceňován. Další možností jsou (3) *komparativní metody*, u nichž jsou hodnoty složek aktiv porovnávány s výrobními celky s obdobnými vlastnostmi. Jednou z nově se vyvíjejících metod je aplikace (4) *opční metodologie*, což znamená včlenit do úvah o ocenění i podmíněné (kontingentní) nároky, které lze uplatňovat pouze v některých předem vymezených případech. Výsledný odhad ceny je nutné odvodit jako kompromis provedených odhadů.

Stochastický aparát je tradičním široce rozvinutým nástrojem využívaným ve finančním rozhodování. Aplikace fuzzy aparátu nemá takovou tradici, i když některé směry, týkající se finančních aplikací, byly studovány a popsány. Při simultánním využití se nabízí těžit z přednosti obou uvedených přístupů.

Tento příspěvek je věnován čtvrté skupině metod s tím, že tradiční stochastický přístup oceňování opcí je vzhledem k obtížnosti odhadu vstupních dat obohacen o prvky neurčitosti. To znamená, že vstupní data jsou zadávána jako fuzzy množiny a výsledek propočtu bude opět fuzzy množina. Jedná se tedy o fuzzy-stochastický model oceňování, který lze považovat za všeobecnou citlivostní analýzu.

## Stochastické modely odhadu ceny kupní (call) opce

Opcie jsou deriváty cenných papírů a jejich cena je odvozena z hodnoty podkladového aktiva. Ačkoliv obchodování s opcemi započalo teprve relativně nedávno, finanční produkty s vlastnostmi opcí existují dluho. Technika propočtu dostupná pro ocenění opcí se rozvinula a výchozím podnětem bylo zejména od-

\* Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal – Ekonomická fakulta VŠB-TU Ostrava

vození spojitého stochastického modelu ocenění od Blacka a Scholese (viz (Black, 1973), (Adams, 1995)), který je založen na odhadu střední hodnoty pro evropskou kupní (call) opcii, následovně:

$$C_t = S_t \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(d_2) \quad (1)$$

$$\text{kde } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt}{\sigma \cdot \sqrt{dt}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{dt}$$

Přitom  $C_t$  je cena (prémie) kupní opce v čase  $t$ ,  $S_t$  je cena podkladového aktiva (např. akcie, měna),  $X$  je realizační cena,  $r$  je roční bezriziková úroková sazba,  $dt = T-t$  je doba do momentu realizace opce, přičemž  $T$  je moment realizace opce. Dále  $\sigma$  je směrodatná odchylka logaritmů výnosu podkladového aktiva za rok (výnosy akcií mají podle empirických zjištění logaritmicko-normální rozdělení), přičemž  $N(\cdot)$  je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

Alternativní binomický model pro oceňování opcí, taktéž stochastický, má oproti předchozímu specifické, výhodné vlastnosti. Například umožňuje oceňovat nejen evropské, ale i americké, floor, caps opce a včlenit také další omezující předpoklady. Binomický model je pro evropskou kupní opci určen následovně:

$$C_t = e^{-r \cdot dt} \cdot E[C_T] \quad (2)$$

$$\text{kde } E[C_T] = \sum_{j=0}^n C o_j^n \cdot p^j (1-p)^{n-j} \cdot \max\{0; S_t \cdot e^{j \cdot u + (n-j) \cdot v} - X\}; \quad dt = T-t$$

Přitom  $C_t$ ,  $(C_T)$  je cena opce v čase  $t$ , resp.  $T$ ,  $E[C_T]$  je střední hodnota opce v čase  $T$  (době realizace),  $S_t$  je cena podkladového aktiva,  $r$  je roční bezriziková úroková sazba,  $Co_j^n$  je kombinace  $j$ -té třídy z  $n$ -prvků,  $n$  je počet kroků, na který je interval  $dt$  rozdělen,  $p$  je pravděpodobnost přechodu za jeden krok,  $u$  ( $v$ ) růst (pokles) ceny podkladového aktiva za jeden krok,  $j$  vyjadřuje počet zvýšení ceny  $z n$  kroků v binomickém stromu.

Tyto modely byly aplikovány v mnoha finančních oblastech. Jednou z možností, vztahující se k rozhodování na úrovni podniku, je ocenění vlastního kapitálu firmy jako evropské kupní opce.

## Ocenění vlastního kapitálu firmy jako kupní opce

V případě, že dluh firmy není veřejně obchodovatelný nebo jeho odhad je velmi obtížný, opětní teorie umožňuje ocenit tržní hodnotu dluhu nebo vytvořit nový pohled na hodnotu dluhu beroucí v úvahu podmíněná rozhodnutí. Je to směr, který je pečlivě studován; detailnější informace lze například nalézt v (Dixit, 1994) nebo (Damodaran, 1994).

Vyjdeme-li analogicky z (1), pak při aplikaci kupní opce na ocenění firmy je vlastní kapitál firmy ( $V_E$ ) považován za cenu kupní opce ( $C_t$ ) a předpokládá se, že realizační cenu opce ( $X$ ) tvoří nominální hodnota dluhu ( $V_{n_D}$ ) v době likvidace (splatnosti). Za podkladové aktivum opce ( $S_t$ ) je považována současná (tržní) hodnota aktiv firmy ( $V_A$ ) a rozptyl tohoto aktiva je tvořen rozptylem aktiv ( $\sigma_A$ ). Tedy:

$$\text{vnitřní hodnota kupní opce} = \text{tržní hodnota aktiv} - \text{nominální hodnota dluhu} \\ \text{v době splatnosti}$$

Předpokládá se dále, že životnost dluhu je shodná s životností vlastního kapitálu ( $dt$ ); tzn. že firma může být likvidována investory (držiteli vlastního kapitálu) kdykoliv do doby splatnosti dluhu.

Odhad doby do splatnosti dluhu v případě strukturovaného dluhu, tedy řady položek lišících se výší kuponů, splátkovými režimy, dobou splatnosti, lze provést pomocí průměrné durace dluhu. Durace ( $D$ ) je míra citlivosti změny ceny finančního produktu se známými finančními toky na výnos do splatnosti:

$$D = pv^{-1} \sum_t t \cdot pv_t = pv^{-1} \cdot \sum_t t \cdot cf_t \cdot (1 + y)^{-t} \quad (3)$$

kde  $y$  je roční výnos do splatnosti,  $cf_t$  jsou finanční toky. Dále  $pv_t$  je současná hodnota finančních toků vztahující se k době  $t$ ,  $pv_t = cf_t \cdot (1 + y_t)^{-t}$  a  $pv$  celková současná hodnota neboli tržní hodnota složky majetku.

Celková durace dluhu je totožná s jejím průměrem:

$$D_D = pv^{-1} \sum_j pv_j \cdot D_j \quad (4)$$

přičemž  $D_j$  jsou durace složek dluhu.

Protože model kupní opce umí pracovat pouze s jednou položkou dluhu (realizační cena) a protože dluhy firmy jsou značně strukturované, je nutné transformovat hodnotu dluhu na jeden finanční produkt s vlastnostmi odpovídajícími syntetickému dluhu ( $V_{n_D}$ ).

Dále musí být odhadnut rozptyl aktiv firmy ( $\sigma_A^2$ ); ten se odvozuje ze dvou složek – vlastního kapitálu ( $\sigma_E^2$ ) a dluhu ( $\sigma_D^2$ ) – a dále jejich vzájemné korelace ( $\rho_{ED}$ ).

$$\sigma_A^2 = w_D^2 \cdot \sigma_D^2 + w_E^2 \cdot \sigma_E^2 + w_D \cdot w_E \cdot \sigma_E \cdot \sigma_D \cdot \rho_{ED} \quad (5)$$

kde  $w_D + w_E = 1$ . (6)

Přitom  $w_D$ ,  $w_E$  jsou tržní podíly vlastního kapitálu a dluhu.

Odhadnout hodnotu vlastního jmění firmy jako kupní opce tedy znamená provést tyto kroky: (1) odhad hodnoty aktiv firmy, (2) odhad průměrné durace dluhu firmy, (3) odhad průměrné nominální hodnoty dluhu v době realizace, (4) odhad rozptylu hodnoty aktiv firmy, (5) propočet hodnoty vlastního kapitálu jako evropské kupní opce dle (1).

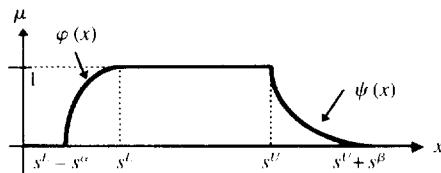
Vzhledem k výskytu zpětných vazeb  $\left( \frac{C_t}{V_A \text{ (hodnota aktiv)}} = w_E \right)$ , cena opce

je totožná s tržní hodnotou vlastního kapitálu firmy  $C_t = V_E$  cena opce ovlivňuje zpětně duraci a rozptyl aktiv. Odhad hodnoty vlastního kapitálu musí být proto řešen jako úloha nelineárního programování následovně (Problém P1):

$$\max C_t = V_E \quad \text{dle (1)}$$

$$\text{za podmínek } \sigma_A^2 = w_D^2 \cdot \sigma_D^2 + w_E^2 \cdot \sigma_E^2 + w_D \cdot w_E \cdot \sigma_E \cdot \sigma_D \cdot \rho_{ED} \quad \text{dle (5)}$$

$$w_E + w_D = 1 \quad \text{dle (6)}$$



Z předchozího popisu je zřejmé, že odhad opětní hodnoty je výrazně závislý na míře přesnosti odhadu vstupních parametrů. Ukazuje se, že zvláště v případě dlouhodobých odhadů, což je případ odhadu hodnoty firmy, nelze vyhovujícím způsobem stanovit výchozí data a je mnohem rozumnější modelovat situaci jako neurčitou; přitom jednou z možností je aplikovat fuzzy aparát.

### Charakteristika dále použitého fuzzy aparátu

Fuzzy modelování je výrazně se rozvíjející směr vyjádření neurčitosti. Základními elementy – které jsou velmi účinné a na kterých je fuzzy modelování postaveno – jsou (1) fuzzy množina, která slouží k popisu neurčitosti, a (2) princip rozšíření, což je účinný prostředek k provádění operací mezi fuzzy množinami.

Fuzzy množina  $\tilde{s}$  je uspořádaná množina dvojic; je definována funkcí příslušnosti  $\mu_{\tilde{s}}$  jako zobrazení z  $E^n$  (mnohorozměrný eukleidovský prostor) do intervalu  $[0,1]$ . Fuzzy množiny budou dále pro přehlednost označovány vlnovkou. Fuzzy množin je možné vytvořit celou škálu. Z hlediska dalšího použití je vzhledem ke svým vlastnostem jednou z nejrozšířenějších fuzzy množin typu *T*-číslo.

Funkce příslušnosti pro *T*-číslo je a znázorněna na grafu 1 a definována takto:

$$\tilde{s} \equiv \mu_{\tilde{s}}(x) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{pro} & x \leq s^L - s^\alpha \\ \varphi(x) & \text{pro} & s^L - s^\alpha < x < s^L \\ 1 & \text{pro} & s^L \leq x \leq s^U \\ \psi(x) & \text{pro} & s^U < x < s^U + s^\beta \\ 0 & \text{pro} & x \geq s^U + s^\beta \end{array} \right\}$$

*T*-číslo bude dále označováno  $\tilde{s} = (s^L, s^U, s^\alpha, s^\beta)_{\varphi, \psi}$ , kde,  $s^L \leq s^U; s^L, s^U, s^\alpha, s^\beta \in E^1; s^\alpha, s^\beta \geq 0$ , přičemž,  $\varphi(x)$ ,  $\psi(x)$ , jsou reálné spojité funkce,  $\varphi(x) \in [0;1]$  je funkce neklesající pro  $x \in [s^L - s^\alpha; s^L]$  a  $\psi(x) \in [0;1]$  je funkce nerostoucí pro  $x \in [s^U; s^U + s^\beta]$ ,  $\tilde{s} \in F_T(E)$ . Je zřejmé, že *T*-číslo má vlastnosti normality, konvexnosti a spojitosti. Detailněji například viz (Dubois, 1980), (Mareš, 1994), (Novák, 1990), (Ramík, 1996).

Jedním z nejrozšířenějších způsobů, jak provést operace mezi fuzzy množinami, je aplikovat tzv. *princip rozšíření* (*extension principle*); jeho pomocí lze operace mezi fuzzy množinami převést na operace mezi reálnými čísly. Tento princip definoval na základě sup min kompozice Zadeh (1973). Závislost mezi

fuzzy množinami  $\tilde{r}_1 \dots \tilde{r}_n$  a  $\tilde{s} = f(\tilde{r}_1 \dots \tilde{r}_n)$  dle tohoto principu lze vyjádřit následovně:

Nechť  $f : E^n \rightarrow E^1$ , funkce příslušnosti fuzzy množiny  $\tilde{s} = f(\tilde{r}_1 \dots \tilde{r}_n)$  je definována takto:

$$\mu_{\tilde{s}}(y) = \sup_{\substack{x_1 \dots x_n \\ y = f(x_1 \dots x_n)}} \min [\mu_{\tilde{r}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{r}_n}(x_n)], \quad x_i, y \in E^1 \quad (7)$$

Pokud není možné propočít hodnotu výsledné fuzzy množiny přímo analyticky podle tohoto principu, je možné využít  $\varepsilon$ -řezy a převést operace mezi fuzzy čísla na operace s jejich  $\varepsilon$ -řezy následovně:

$$\mu_{\tilde{s}}(y) = \sup \{\varepsilon; y \in [-s^\varepsilon, +s^\varepsilon]\} \text{ pro všechna } y \in E \quad a \quad \varepsilon \in [0; 1] \quad (8)$$

přičemž  $\tilde{s}^\varepsilon = [-s^\varepsilon, +s^\varepsilon] = \{x \in E; \mu_{\tilde{s}}(x) \geq \varepsilon\}$  je tzv.  $\varepsilon$ -řez

$$-s^\varepsilon = \inf \{x \in E; \mu_{\tilde{s}}(x) \geq \varepsilon\}, \quad +s^\varepsilon = \sup \{x \in E; \mu_{\tilde{s}}(x) \geq \varepsilon\}$$

Krajní hodnoty  $\varepsilon$ -řezů lze získat pro *T-čísla* jako výsledek úloh matematického programování následovně:

$$\begin{aligned} \max (\min) y &\equiv +y^\varepsilon, (-y^\varepsilon) \\ \text{za podmínek } y &= f(x_1, \dots, x_n) \\ x_i &\in [-x_i^\varepsilon, +x_i^\varepsilon] \end{aligned}$$

## Fuzzy-stochastický model ocenění vlastního kapitálu firmy jako kupní opce

Jak bylo naznačeno výše, při stanovení ceny kupní opce je mnohem realističejší zadávat výchozí data neurčitě, a tedy využít aparát fuzzy množin. To platí dvojnásobně při stanovení hodnoty firmy jako kupní opce, neboť tento odhad se vyznačuje dlouhodobostí, a tedy značným stupněm rizika a neurčitosti. Přitom předpokládáme, že neurčitá vstupní data jsou typu *T-čísla*. Zastavme se nyní u jednotlivých vstupních parametrů a jejich odhadu.

(1) Odhad hodnoty aktiv firmy je závislý na neurčitém odhadu hotovostního toku (cash-flow) a výnosových křivek (výnosů do doby splatnosti), a proto je nutné zadat tuto hodnotu neurčitě,  $V_A$ .

(2) Odhad průměrné durace dluhu ( $\tilde{D}_D = \tilde{t}d$ ) firmy je závislý na odhadu hotovostního toku a tvaru výnosových křivek:

$$\tilde{D} = \sum_t \frac{\tilde{p}v_t}{\tilde{p}v} = \tilde{p}v^{-1} \cdot \sum_t t \cdot \tilde{c}f_t \cdot (1 + \tilde{y})^{t-t} \quad a \quad \tilde{D}_D = \tilde{p}v^{-1} \sum_j \tilde{p}v_j \cdot \tilde{D}_j$$

(3) Odhad hodnoty dluhu v době realizace vzhledem k nejistotě splátek a přijímání dluhů lze stanovit rovněž pouze neurčitě ( $X \equiv Vn_D$ ).

(4) Odhad rozptylu hodnot aktiv firmy lze rozdělit na odhad rozptylu vlastního kapitálu a dluhu. Zpravidla se využívá historický přístup; realizovaný rozptyl a korelace se však s touto výchozí základnou neshodují. Zajímavý rozbor a srovnání této veličiny je proveden v (Muller, 1993); z něho vyplývá nutnost rektifikace a jako výhodné se tedy ukazuje použít neurčitých vstupních dat. Vý-

sledný odhad rozptylu  $\tilde{\sigma}_A^2$  je tedy ovlivněn i tržním podílem vlastního kapitálu a dluhu, který je opět neurčitý  $\tilde{w}_D$ ,  $\tilde{\sigma}_D$ ,  $\tilde{w}_E$ ,  $\tilde{\sigma}_E$ ,  $\tilde{\rho}_{ED}$ . Navíc  $\tilde{w}_E$  je totožný s  $\tilde{C}/\tilde{V}_A$ .

(5) Propočet vlastního kapitálu jako poptávkové opce a tržní hodnoty dluhu bude z výše uvedených důvodů vyjadřovat neurčitou (fuzzy) střední hodnotu.

Při propočtu střední očekávané fuzzy hodnoty vlastního kapitálu firmy jako evropské kupní opce je nutné aplikovat na problém  $P_1$  – podle (1; 5; 6) – princip rozšíření dle (7). To vyplývá z vlastnosti *T-čísla* a definice principu rozšíření, neboť celý problém  $P_1$  je možné chápat jako fuzzy funkci s  $\beta$ -interaktivními a fuzzy-stochastickými proměnnými – detailněji (Dubois, 1980), (Luhandjula, 1996). Potom platí:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{V}_E = \tilde{C}}(C) &= \\ &= \sup_{\substack{C = S \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(d_2) \\ \ln(\frac{S}{X}) + (r + \frac{\sigma_A^2}{2}) \cdot dt \\ d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r + \frac{\sigma_A^2}{2}) \cdot dt}{\sigma \cdot \sqrt{dt}} \\ d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{dt} \\ \sigma_A^2 = w_D^2 \cdot \sigma_D^2 + w_E^2 \cdot \sigma_E^2 + \\ + w_D \cdot w_E \cdot \sigma_E \cdot \sigma_D \cdot \rho_{ED} \\ w_D + w_E = 1 \\ S, X, \sigma_D, \sigma_E, w_D, w_E, \rho_{ED}, r, dt}} \min [\mu_{\tilde{S}}] = \tilde{v}_A(S), \mu_{\tilde{X}} = \tilde{v}_D(X), \mu_{\tilde{\sigma}_D}(\sigma_D), \mu_{\tilde{\sigma}_E}(\sigma_E), \mu_{\tilde{w}_D}(w_D), \mu_{\tilde{w}_E}(w_E), \mu_{\tilde{\rho}}(\rho_{ED}), \mu_{\tilde{r}}(r), \mu_{\tilde{dt}} = \tilde{d}_D(dt) \end{aligned} \quad (9)$$

### Ilustrativní propočet fuzzy hodnoty vlastního kapitálu firmy jako kupní opce

Pro praktické ověření stanovení kontingenční hodnoty vlastního kapitálu jsme vycházeli z předpokladu, že vstupní data ( $\tilde{r}$ ,  $\tilde{dt}$ ,  $\tilde{S}$ ,  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{\sigma}_D$ ,  $\tilde{\sigma}_E$ ,  $\tilde{\rho}_{ED}$ ) jsou zadána jako neurčité hodnoty pomocí lineárních *T-čísel*; to znamená, že  $\phi(x) = \frac{x - (s^L - s^U)}{s^\alpha}$  a  $\psi(x) = \frac{(s^U + s^B) - x}{s^\beta}$  jsou lineární. Vstupní data znázorňuje *tabulka 1*.

V *tabulce 2* jsou uvedeny hodnoty složek majetku firmy jako *T-čísla* podle  $\epsilon$ -řezů. Ve sloupci A je vstupní fuzzy hodnota aktív firmy ( $\tilde{V}_A$ ), ve sloupci B je uvedena fuzzy hodnota vlastního kapitálu firmy ( $\tilde{V}_E$ ) dle (9). Přitom byl aplikován princip rozšíření dle (7) a proveden výpočet pomocí  $\epsilon$ -řezů dle (8). Pro lepší názornost jsou uvedené hodnoty znázorněny ještě na *grafu 2*.

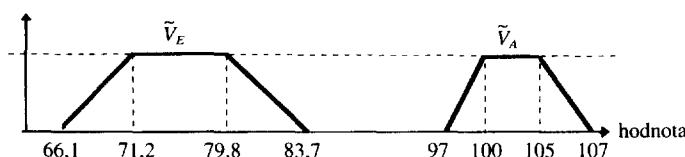
### Závěr

Jak je zřejmé, existuje docela jednoduchý způsob propojení a vyjádření neurčitosti a rizika při odhadu vlastního kapitálu firmy jako evropské kupní opce.

**TABULKA 1** Vstupní údaje pro ohodnocení vlastního kapitálu jako kupní opce

	$r$	$dt = D_D$	$S = V_A$	$X = V_{n_D}$	$\sigma_E$	$\sigma_D$	$\sigma_{ED}$
$s^L$	0,1	7	100	56	0,05	0,055	0,65
$s^U$	0,11	7,25	105	58	0,052	0,055	0,65
$s^\alpha$	0,005	0,2	3	2	0,002	0,001	0,004
$s^\beta$	0,003	0,2	2	1	0,001	0,002	0,003

GRAF 2 Složky majetku firmy za neurčitosti



TABULKA 2 Odhadы hodnoty složek majetku firmy

$\varepsilon$	A		B	
	aktiva		vlastní kapitál	metoda kupní opce
	$-C^e$	$+C^e$	$-C^e$	$+C^e$
0	97,00	107,00	66,08	88,73
0,25	97,75	106,50	67,36	82,75
0,5	98,50	106,00	68,65	81,76
0,75	99,25	105,50	69,93	80,77
1	100	105	71,19805	79,77459

Na daném příkladě bylo ověřeno, že fuzzy-stochastické prostředky jsou vhodné pro uchopení a zvládnutí problematiky finančního rozhodování, neboť pro finanční a ekonomický vývoj je typické, že je zde vnitřně přítomna neurčitost a rizikovost, což je dánno vlastnostmi ekonomického prostředí, dynamikou, vzájemnými interakcemi a subjektivitou rozhodování.

Fuzzy-stochastické přístupy rozšiřují a obohacují možnosti jak deterministických, stochastických, tak fuzzy modelů. Aplikace fuzzy-stochastických prostředků může zároveň zkvalitnit a prohloubit znalosti o prostoru rozhodování a možnostech budoucího vývoje podnikového organizmu a sloužit jako prostředek podpory rozhodování, který poskytne finančnímu a vrcholovému managementu firmy cenné informace a umožní tak eliminovat nejistotu a neurčitost budoucího vývoje.

Aplikaci fuzzy-stochastických postupů při oceňování firmy lze tedy považovat za užitečný a obecně využitelný nástroj, který překonává zjednodušení vyplývající z vlastností deterministických, stochastických a fuzzy přístupů. Lze jej tedy považovat za obecnou citlivostní analýzu.

## LITERATURA

- ADAMS, A. – BLOOMFIELD, D. – BOOTH, P. (1995): *Investment Mathematics and Statistics*. Kluwer Law International, 1995.
- BLACK, F. – SCHOLES, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, Vol. 81, 1973.
- COPELAND, T. E. – WESTON, J. F. (1988): *Financial Theory and Corporate Finance*. Addison-Wesley, Reading, 1988.
- DAMODARAN, A. (1994): *Damodaran on Valuation, Security Analysis for Investment and Corporate Finance*. J. Willey & Sons, Inc., 1994.

- DIXIT, A. K. – PINDYCK, R. S. (1980): *Investment under Uncertainty*. University Press, 1994.
- DUBOIS, D. – PRADE, H. (1980): *Fuzzy Sets and Systems*. Academic Press, New York, 1980.
- LUHANDJULA, M. K. (1996): Fuzziness and Randomness in an Optimization Framework. *Fuzzy Sets and Systems*, no. 77, 1996.
- LUHANDJULA, M. K. – GUPTA, M. M. (1996): On Fuzzy Stochastic Optimization. *Fuzzy Sets and Systems*, no. 81, 1996.
- MAREŠ, M. (1994): *Computation over Fuzzy Quantities*. CRC Press, 1994.
- MULLER, P. (1993): Empirical Test of Biases in Equity Portfolio Optimization – What Do Ex-ante Mean-Variance Optimal Portfolios Look Like Ex-post? In: Zenios, S. A.: *Financial Optimization*. Cambridge University Press, 1993.
- NOVÁK, V. (1990): *Fuzzy množiny a jejich aplikace*. Praha, SNTL, 1990.
- RAMÍK, J. (1996): New Interpretation of the Inequality Relations in Fuzzy Goal Programming Problems. *Central European Journal for Operation Research and Economics*, (4) 1996.
- RAMÍK, J. – ROMMELFANGER, H. (1996): Fuzzy Mathematical Programming Based on Some New Inequality Relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, no. 81.
- ZADEH, L. A. (1973): Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.*, 1973, no. 1.
- ZENIOS, S. A. (1993): *Financial Optimization*. Cambridge University Press, 1993.
- ZMEŠKAL, Z. (1998): Modelování optimální alokace financí firmy na bázi fuzzy množin. *Poličká ekonomie*, 1998, č. 1.

## SUMMARY

JEL Classification: G12

Keywords: Effect pricing – fuzzy-stochastic approach

# Fuzzy-Stochastic Estimation of a Firm Value as a Call Option

Zdeněk ZMEŠKAL – Technical University of Ostrava, Faculty of Economics

The author describes a fuzzy-stochastic approach to the valuing of a firm equity. The Black-Scholes model of valuing call options is set forth and methodology of apprising equity under the B-S model is described.

Typical features of financial decision-making are indeterminacy and vagueness that are often neglected. These aspects also concern the firm equity valuing. Fuzzy-stochastic approach is a very effective instrument for dealing with vagueness and is used in the paper. The author describes and uses the fuzzy set of the T-number type and an extension principle.

The author applies a combination of risk (stochastic) and uncertainty (fuzzy) instruments in calculating a firm value as a call option. Input data are in a form of fuzzy sets, result (firm value) is determined also vaguely as a fuzzy set. An illustrative example is then provided.

The author concludes that the fuzzy-stochastic approach could be considered as an advanced method of a firm value calculation which could express the decision-making conditions very well.