

Vydává Univerzita Karlova v Praze, Fakulta sociálních věd ve spolupráci s Českou národní bankou a Ministerstvem financí ČR prostřednictvím DataKonekt, s.r.o., Praha

© UK Praha, Fakulta sociálních věd

Published by Charles University, Prague, Faculty of Social Sciences, in cooperation with the Czech National Bank and the Ministry of Finance of the CR, through the DataKonekt, Ltd., Prague

© Charles University, Prague, Faculty of Social Sciences

Časopis je dokumentován v Social Science Citation Index (<http://www.isinet.com/>) a v elektronické verzi indexu EconLit (<http://www.econlit.org/>).

The journal is monitored by the Social Science Citation Index (<http://www.isinet.com/>) and the electronic EconLit index (<http://www.econlit.org/>).

OBSAH

- Martin CINCIBUCH – David VÁVRA:
Hodnota emisní banky v tranzitivní ekonomice 574
- Michal SLAVÍK: Odhad časové struktury úrokových sazeb z cen domácích dluhopisů 591

Daňové judikáty

- Výběr ze soudních rozhodnutí ve věcech daní č. 25–27/01 608

MIMOŘÁDNÁ PŘÍLOHA:

- OECD: Zpráva o ekonomickém vývoji České republiky v roce 2000 (červenec 2001)**

CONTENTS

- Martin CINCIBUCH – David VÁVRA: Value of Monetary Income in a Transition Economy 574
- Michal SLAVÍK: Interest Rates Time Structure and Domestic Bond Prices 591

Tax Judicial Decisions

- Abstract from Court Decisions Concerning Taxation No. 25–27/01 608

SPECIAL SUPPLEMENT:

- OECD: Economic Surveys: Czech Republic – July 2001 (Czech version)**

Odhad časové struktury úrokových sazeb z cen domácích dluhopisů

Michal SLAVÍK*

1. Úvod

Informace o časové struktuře úrokových sazeb, jejich hladině a trendu vývoje se staly běžným nástrojem měnové analýzy v praxi mnoha centrálních bank. Představa o časové struktuře úrokových sazeb může za daných předpokladů poskytnout cenné informace o tržních očekáváních jak budoucí inflace, tak nominálních úrokových sazeb. Časová struktura je odvozována z aktuálních tržních cen aktiv, která mají stejné riziko a srovnatelnou likviditu, aby informace o termínové prémii nebyla zkreslena premií rizikovou či likvidní. Jako časté aktivum, z něhož se časová struktura úrokových sazeb získává, slouží státní dluhopisy. A právě některým aspektům odhadů z cen dluhopisů v podmínkách české ekonomiky se věnuje tento příspěvek. Dřívější práce, jež se v českém prostředí věnovaly časové struktuře úrokových sazeb, resp. výnosové křivce – např. (Matalík, 1994) či (Kotlán, 1998, 1999) –, se soustředily zejména na otázku, jaké informace v sobě výnosová křivka obsahuje a co signalizuje o budoucím ekonomickém vývoji a očekávaných tržních subjektů. Záměrem této práce je přiblížení technických přístupů, jimiž lze výnosovou křivku konstruovat.

Odvození časové struktury úrokových sazeb z cen dluhopisů naráželo donedávna v naší ekonomice na nerozvinutost trhu se státními dluhopisy, nedostatečné množství titulů, jejich krátkou dobu do splatnosti a experimentování státu s jejich daněním, které způsobilo, že se na trhu v jeden časový okamžik obchodovaly emise s různým daňovým režimem, a proto nebylo možné srovnávat hrubé výnosy do doby splatnosti. V roce 2000 se situace začala v mnoha ohledech zlepšovat. Ministerstvo financí vydalo 4 nové emise státních dluhopisů, čímž se rozšířil počet dluhopisů podléhajících „*novému zdanění*“, z nichž je možné sestrotit výnosovou křivku. Rovněž se objevily emise se splatností 7, 10 a 15 let; díky nim se prodloužil delší konec výnosové křivky. Byly tak vytvořeny základní předpoklady pro lepší modelování časové struktury úrokových sazeb, než tomu bylo v předcházejících letech. Přes relativně malý počet emisí, z něhož lze dnes výnosovou křivku odvozovat, lze vzhledem k růstu počtu i objemu státních dluhopisů do budoucna

* Česká národní banka (michal.slavik@seznam.cz)

Autor děkuje za podnětné připomínky Ivanu Matalíkovi, Štěpánu Radkovskému, Vladimíru Stillerovi, Janu Syrovátkovi, Janě Vaníčkové a oběma anonymním recenzentům. Všechny případné chyby jsou ovšem autorovy vlastní.

předpokládat doplňování výnosové křivky v jejím středu a na delším konci, a tím i růst její vypovídací schopnosti.

Následující část článku (kapitola 2) vysvětluje základní pojmy, se kterými se při konstrukci výnosových křivek pracuje. Kapitola 3 uvádí teoretický popis tří často používaných metod (model kanadské centrální banky a novější přístupy Nelsonův-Siegelův a Svenssonův) konstrukce výnosové křivky dluhopisů s nulovým kuponem, kapitola 4 pak vysvětluje jejich technickou implementaci a konečně kapitola 5 ilustruje použití výše uvedených postupů na datech českého sekundárního dluhopisového trhu.

2. Výnosová křivka

Častým synonymem pro pojem časová struktura úrokových sazeb je její grafické znázornění v podobě výnosové křivky. Obecně lze výnosovou křivku vytvořit z výnosu investičních instrumentů se stejným rizikem a likviditou, avšak s různou splatností. Obvykle se pod pojmem výnosová křivka rozumí graf hrubých výnosů státních dluhopisů v závislosti na délce časového úseku od okamžiku, ke kterému je křivka konstruována, do doby splacení jednotlivých instrumentů. Problémem je skutečnost, že jednotlivé státní dluhopisy mají různé kuponové sazby, a proto nejsou dokonale srovnatelné. Hrubý výnos do doby splatnosti lze vypočítat z rovnice:

$$P = \sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1 + YTM)^{t_i}} \quad (1)$$

kde P je pozorovatelná tržní cena dluhopisu, N je počet zbývajících kuponových plateb do splatnosti, CF_i je i -tý hotovostní tok (cash flow)¹, YTM je výnos do doby splatnosti a t_i je vzdálenost i -tého hotovostního toku od současnosti. Výnos nelze z rovnice (1) vyjádřit explicitně, neboť jde o implicitní funkci; je však možné ho odhadnout pomocí numerických metod. Ekonomicky ho lze interpretovat jako *průměrnou* úrokovou sazbu, kterou jsou diskontovány všechny budoucí platby tak, aby se jejich současná hodnota rovnala tržní ceně. Konstrukce výnosové křivky z výnosů do doby splatnosti je opřena o předpoklad, že všechny získané kuponové příjmy z dluhopisu lze reinvestovat za stejnou úrokovou sazbu. Ve skutečnosti by však tento předpoklad platil pouze při neměnné úrovni úrokových sazeb po celou dobu životnosti dluhopisu. Další problém je spojen s tzv. *kuponovým efektem*, v jehož důsledku dluhopis s vyšším kuponem bude mít i vyšší výnos do splatnosti než dluhopis se stejnou splatností, ale nižším kuponem. Proto by bylo vhodné konstruovat výnosové křivky pro jednotlivé výše kuponů odděleně. V praxi to však není možné z důvodu omezeného počtu dluhopisů. Pokud se úrokové sazby během životnosti mění, je vhodné přepsat rovnici (1) do tvaru:

$$P = \sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1 + r_i)^{t_i}} \quad (2)$$

kde r_i je nominální úroková sazba, která se vztahuje pouze k hotovostnímu toku v i -tém období. Každý hotovostní tok je tak diskontován vlastní úro-

¹ kupon pro $i < N$ a kupon + nominální hodnota dluhopisu v době splatnosti (tj. pro $i = N$)

kovou sazbou r_i , a ne jejich průměrem YTM . Na dluhopis nesoucí kupon se lze dívat jako na soubor dluhopisů s nulovým kuponem (*zero-coupon bond*), tj. dluhopisů, které nemají kuponové platby a jsou prodávány pod svou nominální hodnotou. Jejich výnos lze snadno určit diskontováním jako:

$$P = \frac{CF}{(1+r)^t} \quad (3)$$

Aby bylo možné časovou strukturu úrokových sazeb odvodit z cen kuponových dluhopisů bez toho, že bude vychýlena v důsledku kuponových plateb, je konstruována tzv. *výnosová křivka dluhopisů s nulovým kuponem*. Místo toho, aby oproti době do splatnosti na ose x byly znázorněny odpovídající výnosy do doby splatnosti (YTM), je zachycen průběh vývoje úrokových sazeb (r_t). Výnosovou křivku dluhopisů s nulovým kuponem by bylo možné zkonstruovat na základě empirických dat pouze v případě, že by byly emitovány státní dluhopisy s nulovým kuponem se splatností delší než jeden rok (ve většině zemí jsou však státní dluhopisy emitovány jako kuponové) nebo by musel existovat dostatečně transparentní trh s tzv. očištěnými dluhopisy,² aby bylo možné pozorovat tržní výnosy obchodovaných dluhopisů s nulovým kuponem. Očištěné dluhopisy jsou finanční inovace z dílny společnosti Merrill Lynch a Solomon Brothers, které jako první vytvořily syntetické dluhopisy tím, že původní kuponový státní dluhopis rozdělily na část dluhopisu typu annuity (hotovostní tok z kuponových plateb) a na část dluhopisu s nulovým kuponem (jistina původního dluhopisu). Původně proces očišťování dluhopisů prováděly velké investiční banky, dnes je již emitují i vládní instituce. Jelikož ani jedna z variant není v současné době realizována v ČR, je nutné vytvořit výnosovou křivku dluhopisů s nulovým kuponem z cen dluhopisů kuponových.

Postupem času byla vyvinuta celá řada různých postupů, jak z cen kuponových dluhopisů odvodit výnosy dluhopisů s nulovým kuponem. V praxi patří mezi nejčastěji tři používané metody tyto postupy: *spline*, *Nelsonova-Siegelova metoda* (1987) a její rozšíření provedené *L. Svenssonem* (1994).

Metoda *spline* aplikovaná na odhad časové struktury úrokových sazeb vede často k tomu, že výnosová křivka má nepřírozené zahnutí na svém delším konci, čímž je vyloučeno, aby touto metodou byl proveden odhad přesahující dobu do splatnosti nejdelšího dluhopisu; metoda se proto hodí pouze pro odhad časové struktury uvnitř intervalu mezi nejkratším a nejdelším obchodovaným dluhopisem (Nelsonův-Siegelův a Svenssonův model lze naopak tomu použít i pro odhad takové časové struktury, která dobu do splatnosti nejdelšího dluhopisu přesahuje). Jeden z prvních, kdo metodu *spline* při odhadu výnosové křivky použil, byl McCulloch (1971).

Stručný přehled o „oblíbenosti“ jednotlivých metod centrálními bankami si lze udělat z *tabulky 1*, převzaté z (Csajbók, 1999).

Tabulka 1 zachycuje stav k polovině roku 1996; z dostupných materiálů je patrné, že nejméně v případě Německa došlo k nahrazení používaného postupu metodou Svenssonovou (Y) a v Kanadě se o nahrazení více než 15 let starého modelu nazývaného *Super-Bell*, jenž je založen na technice očišťo-

² Anglický termín je „*stripped bond*“; jedná se o oddělení hotovostního toku z kuponů a samotné jistiny dluhopisu. Oddělením kuponu, vlastně očištěním, vzniká dluhopis s nulovým kuponem – *pozn. red.*

TABULKA 1 Metody odhadu u vybraných centrálních bank

centrální banka	metoda odhadu
Belgie	<i>cubic spline</i>
Kanada	proložení polynomy 3. stupně
Finsko	Svenssonova metoda (<i>P</i>)
Francie	Nelsonova-Siegelova metoda (<i>P</i>), Svenssonova metoda (<i>P</i>) – omezení na krátkém konci
Německo	proložení polynomy vyšších stupňů, experimenty s Nelsonovou-Siegelovou a Svenssonovou metodou
Itálie	<i>cubic spline</i> , <i>swap-rate</i> , dvoufaktorový model Coxův-Ingersollův-Rossův
Japonsko	<i>spline</i> 5. stupně
Norsko	<i>cubic spline</i> , Nelsonova-Siegelova metoda
Španělsko	Nelsonova-Siegelova metoda (<i>P</i>), Svenssonova metoda (<i>P</i>)
Švédsko	Svenssonova metoda (<i>Y</i>) – omezení na krátkém konci
Švýcarsko	Svenssonova metoda (<i>P</i>)
Velká Británie	Svenssonova metoda (<i>P</i>) – úpravená o daňové efekty
USA	Nelsonova-Siegelova metoda (<i>Y</i>), Svenssonova metoda (<i>Y</i>) – omezení na dlouhém konci, <i>spline</i>

poznámka: Závorka udává, zda byla minimalizována chyba ve výnosu (*Y*), nebo v ceně (*P*).

vání dluhopisů o kupony, touto metodou také uvažuje. Protože nelze pozorovat strukturu úrokových sazeb státních dluhopisů přímo, je nutné použít k jejich konstrukci model, který umožní ji odhadnout. Jelikož existuje několik různých modelů (resp. metod), jak strukturu úrokových sazeb odhadnout, je pravděpodobné, že výstupy jednotlivých modelů na stejných datech se budou mnohdy lišit. Je proto žádoucí pečlivě zvážit, který model pro odvození časové struktury používat, a porovnat výhody a nedostatky, které přináší.

3. Metody odhadu časové struktury úrokových sazeb

Jak plyne již z tabulky 1, existuje několik variant, jak k modelování časové struktury úrokových sazeb přistoupit. Jen pro historické srovnání bude stručně uveden model používaný v kanadské centrální bance a poté bude hlavní pozornost věnována přístupům modernějším.

3.1 Kanadský model

Kanadský model³, nazývaný *Super-Bell*, byl vyvinut v 60. letech. Je založen na jednoduché regresní rovnici odhadované metodou nejmenších čtverců a snaží se odvodit tzv. výnosovou křivku *par yield* (výnosovou křivku *par yield* by bylo možné pozorovat, pokud by všechny dluhopisy byly obchodovány za svoji nominální hodnotu, resp. dluhopis je obchodován za *par*, pokud se jeho výnos právě rovná kuponové sazbě). Jeho závislou proměnnou

³ Jeho bližší popis lze najít v práci (Bolder – Strélski, 1999).

nou je hrubý výnos do splatnosti (YTM), který je vysvětlován mocninami doby do splatnosti (m), kuponovou sazbou (C) a součinem kuponové sazby a doby do splatnosti ($C.m$). Jeho základní rovnice má podobu:

$$YTM = \beta_0 + \beta_1(m) + \beta_2(m^2) + \beta_3(m^3) + \beta_4(m^{0.5}) + \beta_5(\log m) + \beta_6(C) + \beta_7(C.m) + \varepsilon \quad (4)$$

Po odhadu parametrů β_0 až β_6 je odhadována jiná regresní rovnice, kde závislou proměnnou je výnos *par-yield*:

$$Y_{par} = \frac{\beta_0 + \beta_1(m) + \beta_2(m^2) + \beta_3(m^3) + \beta_4(m^{0.5}) + \beta_5(\log m)}{1 - \beta_6 + \beta_7(m)} + \varepsilon \quad (5)$$

V následujícím kroku je použit odhadnutý výnos *par* Y_{par} k dalšímu odhadu parametrů, tentokrát již bez zahrnutí kuponu do regresní rovnice (resp. parametrů β_6 a β_7), aby vznikla vyhlazená výnosová křivka *par*:

$$Y_{par} = \beta_0 + \beta_1(m) + \beta_2(m^2) + \beta_3(m^3) + \beta_4(m^{0.5}) + \beta_5(\log m) + \varepsilon \quad (6)$$

Na takto získanou křivku je aplikována metoda *bootstrappingu*, jejíž pomocí jsou získány výnosy obligací s nulovým kuponem od nejkratší do nejdější splatnosti. Pro výpočet výnosu dluhopisů s nulovým kuponem s delší splatností je rekurzivně použito již dříve vypočtených výnosů dluhopisů s nulovým kuponem s kratší splatností. Popularita tohoto modelu je dána jednak tím, že model není koncepčně složitý, a jednak tím, že jej lze řešit metodou nejmenších čtverců. Kritika se soustřeďuje na fakt, že forwardová křivka je jen vedlejším produktem poměrně dlouhého procesu, spíše než jeho primárním výstupem. Kritikům se nelíbí ani skutečnost, že model se soustřeďuje na výnos do doby splatnosti spíše než na hotovostní tok jednotlivých dluhopisů. K hlavním výhradám patří skutečnost, že výnosy dluhopisů s nulovým kuponem lze získat pouze pro diskrétní časové okamžiky, a proto je nutná další interpolace, aby bylo možné odvodit časovou strukturu i uvnitř těchto úseků. Všechny tyto nedostatky se snaží řešit modely Nelsonův-Siegelův a Svenssonův.

3.2 Nelsonův-Siegelův model⁴

V současné době se velké popularitě těší parametrická metoda modelování výnosové křivky, kterou publikovali Charles Nelson a Andrew Siegel v roce 1987, masovějšího rozšíření se však dočkala až od poloviny 90. let. Na počátku stálo úsilí o nalezení takového matematického vyjádření výnosové křivky, které by bylo dostatečně flexibilní pro zachycení základních tvarů křivky pozorovatelných ve skutečnosti (monotónně rostoucí či klesající, mající hrbol, případě S-ovité zakřivení). Autoři si všimli, že tyto tvary bývají obvykle grafickým znázorněním řešení diferenčních nebo diferenciálních rovnic. To neodporuje ani *hypotéze očekávání*, neboť pokud by byly spo-

⁴ Jeho popis je převzat z (Nelson – Siegel, 1987, ss. 475–477).

tové (okamžité) sazby generovány procesem popsateľným diferenciální rovnicí, potom by forwardové sazby, které lze chápat jako budoucí odhady spotových sazeb, byly řešenými těchto rovnic.

Z důvodu práce s diferenciálními rovnicemi je nutné uvažovat úročení v čase spojitou úrokovou sazbou i , tj. úročení po velmi malých časových okamžicích $1 + r = \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + i/m)^m = \exp(i)$, kde r je efektivní úroková míra. Tento typ úročení se někdy nazývá také úročení spojitě (Radová – Dvořák, 1993, ss. 55–57), (Cipra, 2000, ss. 42–43).

V čase spojitou forwardovou sazbou $f(m)$ pro časový okamžik m , který označuje dobu splatnosti, lze pak zapsat jako řešení diferenciální rovnice druhého řádu s reálnými (různými) kořeny:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_2 \exp(-m/\tau_2) \quad (7)$$

kde τ_1 a τ_2 jsou dané reálné časové proměnné a β_0 až β_2 parametry určené výchozími podmínkami. Parametry β_1 a β_2 mohou generovat požadované tvary výnosových křivek, navíc parametr β_0 určuje jejich asymptotu. Forwardovou sazbou můžeme interpretovat jako očekávanou budoucí spotovou sazbou, je-li forwardová prémie (rozdíl mezi forwardovou sazbou a očekávanou budoucí spotovou sazbou) nulová. Spotová spojitá úroková míra $i(m)$ je průměrem forwardových sazeb a lze ji proto vyjádřit jako určitý integrál jdoucí přes všechny forwardové sazby od 0 do m :

$$i(m) = 1/m \int_0^m f(x) dx \quad (8)$$

Výnosová křivka konstruovaná z $i(m)$ je navíc schopna nabývat všech tvarů, které může mít i křivka forwardových sazeb. Při pokusu proložit rovnicí (7) pozorovaná data narazil Siegel s Nelsonem na problém *přeparametrizování* modelu, který je donutil modifikovat výchozí rovnici pro spojitou forwardovou sazbou tak, aby byly zachovány všechny podstatné vlastnosti rovnice (7) a k přeparametrizování modelu nedošlo; upravená rovnice má pak tvar:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau) + \beta_2 [(m/\tau) \cdot \exp(-m/\tau)] \quad (9)$$

Pro určení spotové spojitě úrokové sazby $i(m)$ z rovnice (9) je znovu použit určitý integrál dělený m , stejně jako v rovnici (8):

$$f(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)[1 - \exp(-m/\tau)]/(m/\tau) - \beta_2 \exp(-m/\tau) \quad (10)$$

který je pro dané τ lineární ve všech parametrech. Limitou spojitě spotové sazby $i(m)$ pro m jdoucí do nekonečna je β_0 . Limitou $i(m)$ pro m blížící se 0 je součet $\beta_0 + \beta_1$. Tyto dvě matematické vlastnosti mají i užitečnou interpretaci ekonomickou: parametr β_0 můžeme považovat za dlouhodobou spojitou spotovou úrokovou sazbou, součet $\beta_0 + \beta_1$ pak za krátkodobou spojitou spotovou úrokovou sazbou, tzn. β_1 pak udává rozpětí mezi dlouhodobou a krátkodobou úrokovou sazbou:

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} f(m) &= \lim_{m \rightarrow \infty} i(m) = \beta_0 \\ \lim_{m \rightarrow 0} f(m) &= \lim_{m \rightarrow 0} i(m) = \beta_0 + \beta_1 \end{aligned}$$

To se následně musí projevit i v omezení hodnot, které mohou parametry β_0 a β_1 nabývat (minimálně $\beta_0 > 0$ a $\beta_0 + \beta_1 > 0$, neboť záporné nominální úrokové sazby nedávají smysl). Z jistého úhlu pohledu lze na parametry β_0 , β_1 , β_2 pohlížet i jako na vyjádření síly vlivu krátkodobé, střednědobé a dlouhodobé komponenty forwardové sazby. Dlouhodobá komponenta β_0 je konstantní a v čase se nemění, krátkodobá, ovlivňovaná parametrem β_1 , v čase (s rostoucím m) díky výrazu $\exp(-m)$ klesá k nule a střednědobá díky výrazu $m \cdot \exp(-m)$ z nuly vychází pro $m=0$ i k ní pro dostatečně velké m po čase konverguje. Parametr t ovlivňuje rychlost, se kterou konverguje spotová sazba ke své asymptotě, a parametr β_2 určuje velikost možného hrbolu funkce.

Máme-li spojitou spotovou sazbu, lze *diskontní faktor*, kterým jsou diskontovány budoucí hotovostní toky do přítomnosti, vyjádřit vztahem:

$$\delta(m) = \exp(-i(m) \cdot m) \quad (11)$$

Nelsonův-Siegelův model je založen na takové volbě funkčního tvaru, který by byl ospravedlnitelný ekonomickou teorií. Na druhé straně však prokládá napozorovaná data hůře než metoda *spline*. Kritika modelů *spline* se soustřeďuje na velké fluktuační forwardových sazeb a špatné asymptotické chování (pokud je diskontní funkce součtem polynomů, není konečná s rostoucí dobou do splatnosti, jak vyžaduje teorie) – viz (Seppälä-Viertiö, 1996, s. 16). Použitím *spline* lze odvodit záporné sazby, které jsou rovněž v rozporu s ekonomickou teorií. Obliba Nelsonova-Siegelova modelu je zřejmě má především u centrálních bank, které zajímá základní tvar výnosové křivky, zatímco u obchodníků orientovaných na vyhledávání jednotlivých špatně oceněných instrumentů příliš používána nebývá.

3.3 Svenssonův model

Svensson (1994) rozšířil Nelsonův-Siegelův model o další parametry, aby dosáhl lepší flexibility modelu a zlepšil jeho možnosti při prokládání dat. Je samozřejmé, že zvýšením počtu parametrů bude výsledná křivka jemněji vyhlazovat napozorovaná data, na druhou stranu však při nízkém počtu použitelných státních dluhopisů vyvstává problém *přeparametrizování* modelu.

Svensson doplnil rovnici (9) původní Nelsonovy-Siegelovy verze spojitě forwardové sazby do tvaru:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_2[(m/\tau_1) \cdot \exp(-m/\tau_1)] + \beta_3[(m/\tau_2) \cdot \exp(-m/\tau_2)] \quad (12)$$

ze které může být odvozena integrováním rovnice (11) pro spojitou spotovou sazbu pomocí rovnice (8):

$$i(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)[1 - \exp(-m/\tau_1)]/(m/\tau_1) - \beta_2 \exp(-m/\tau_1) + \beta_3[(1 - \exp(-m/\tau_2))/(m/\tau_2) - \exp(-m/\tau_2)] \quad (13)$$

Přidáním dalších dvou parametrů β_3 a τ_2 je výnosové křivce „dovoleno“, aby měla o jeden hrbol více, než má model Nelsonův-Siegelův; výsledkem proto bude výnosová křivka s komplexnějším tvarem. K nevýhodám Svens-

sonova rozšíření patří podle Geyera a Madera (1999) jeho větší náchylnost vůči chybám vzniklým z odlehklých pozorování (*outliers*). Oba autoři ve své práci zkonstruovali výnosové křivky pro Rakousko, Německo, Velkou Británii, USA a Japonsko pro období let 1993–98 a dospěli k názoru, že Nelsonův-Siegelův model dává téměř stejně kvalitní výsledky jako Svenssonův model, je však výpočetně méně náročný, a proto mu dávají přednost.

4. Technika odhadu Nelsonova-Siegelova a Svenssonova modelu

Z doposud uvedených rovnic nemusí být na první pohled patrné, jak z pozorovaných tržních cen dluhopisů odvodit výnosovou křivku. Není to však nic složitého. Prvním krokem odhadu je rozložení budoucích hotovostních toků všech dluhopisů zahrnutých do výpočtu a výpočet jejich časové vzdálenosti od data konstrukce výnosové křivky.

Před vlastním odvozením křivky je nutné rozhodnout, které dluhopisy do ní zahrnout a které z různých důvodů (malé likvidity, odlišného daňového režimu, příp. jiné odchylky) raději předem vyloučit. V zemích s větším počtem státních dluhopisů je často používána metoda, při které je v první fázi výnosová křivka odhadnuta ze všech srovnatelných dluhopisů, ve druhé je pak porovnán výnos každého dluhopisu vůči vypočtené teoretické křivce a dluhopisy se značnou odchylkou (*outliers*) jsou vyloučeny. V následující fázi je pak ze zbylého počtu dluhopisů odhadnuta konečná verze časové struktury úrokových sazeb.

Každý dluhopis je tak rozložen v souladu s rovnicí (2) na opakující se budoucí kuponové platby a poslední kuponovou sazbu zvýšenou o platbu jistiny a zároveň je každému budoucímu hotovostnímu toku přiřazena vzdálenost m od data výpočtu výnosové křivky. Pokud diskontujeme budoucí hotovostní tok diskontním faktorem (daným rovnicí (11)), dostaneme jeho současnou hodnotu. Sečteme-li všechny současné hodnoty budoucích hotovostních toků daného dluhopisu, dostaneme teoretickou cenu dluhopisu. Vezmeme-li aktuální kotovanou cenu daného dluhopisu a přičteme-li k ní alikvótní úrokový výnos, můžeme ji porovnat s teoretickou cenou vypočtenou na základě diskontovaných budoucích hotovostních toků. Řešením je minimalizace chyby mezi skutečnými a teoretickými hodnotami pomocí změn parametrů modelu. Protože úloha není v parametrech lineární, je nutné použít některou z nelineárních metod odhadu. Úlohu lze řešit například použitím numerických metod optimalizace (např. Newtonovou metodou nebo některou její modifikací), které mají tu výhodu, že všechny parametry odhadují současně. Např. finský model používá optimalizační Broydenův-Fletcherův-Goldfarbův-Shannoův (BFGS) algoritmus zapsaný v jazyku C, maďarský a polský model kvazi-Newtonův algoritmus Excelu, kanadský přístup sekvenční kvadratické programování (založené na gradientu) a Nelderovu-Meadeovu simplexovou metodu.

Numerické řešení odvození výnosové křivky lze popsat několika kroky: V prvním kroku je generována počáteční hodnota každého z parametrů. Nelsonův-Siegelův model má parametry 4 (β_0 až β_2 , τ) a Svenssonův 6 (β_0 až β_3 , τ_1 , τ_2). Následně je pomocí rovnic (10) a (11) (resp. (13) a (11) pro Svenssonův model) vypočtena spojitá spotová sazba a jí odpovídající diskontní faktor pro každý jednotlivý budoucí hotovostní tok s časovou vzdáleností m . Následuje výpočet teoretické ceny dluhopisu sečtením diskontovaných ho-

tovostních toků. Napozorované tržní ceny (výnosy) a jejich teoretické protějšky získané diskontováním budoucích hotovostních toků jsou dosazeny do chybové funkce, kterou se snažíme optimalizací (pomocí změn parametrů β a τ) minimalizovat.

Chybovou funkci lze vyjádřit např. jako součet druhých mocnin odchylek tržních a teoretických cen⁵ anebo jim odpovídajících výnosů.⁶ Volba chybové funkce výrazně ovlivňuje i výsledný tvar modelu. Důležité je rozhodnout, zda minimalizovat odchylky cen, nebo hrubých výnosů do doby splatnosti, neboť mezi cenami a výnosy není lineární vztah. Snížení rozdílu tržní a teoretické ceny vede často k růstu rozdílu hrubého výnosu vypočítaného z tržní ceny a hrubého výnosu získaného z ceny teoretické a naopak. Tabulka 1 udává v závorce za modelem to, zda je minimalizována cena (P), anebo výnos (Y). Nelze z ní jednoznačně určit, která ze dvou variant je obecně preferovanější.

Diskuze k problematice volby mezi minimalizací cenových odchylek či výnosových odchylek je uvedena v řadě prací: např. Svensson (1994) upozorňuje na skutečnost, že minimalizace cenových odchylek vede často k enormním chybám hrubých výnosů dluhopisů s krátkou dobou do splatnosti. Csajbók (1999) podporuje jeho tvrzení, když uvádí, že elasticita cen dluhopisů s kratší dobou do splatnosti vzhledem ke změnám jejich výnosů je menší, než by byla u dluhopisů s delší splatností, a proto minimalizace cenových chyb implicitně přikládá menší význam kratším dobám do splatnosti, než by činila minimalizace výnosových chyb. Minimalizace cenových odchylek proto relativně lépe proloží delší konec výnosové křivky, zatímco minimalizace výnosových chyb její konec kratší. Volba varianty by proto měla záviset na tom, zda se měnová politika více zajímá o kratší, či delší časový horizont. Svensson doporučuje volit optimalizaci výnosových odchylek, neboť měnová politika se zaměřuje spíše na řízení úrokových sazeb než na regulaci cen. Stamirowski (1999) při konstrukci výnosové křivky z polských vládních dluhopisů dává naopak z technických důvodů přednost minimalizaci cenových odchylek. Hrubý výnos do doby splatnosti (vnitřní míra výnosu) je počítán interaktivně; proto je jeho výpočet náročnější, a tím i delší. Zároveň však upozorňuje na potenciální problémy, jež vznikají na krátkém konci výnosové křivky, a na s tím spojenou nutnou obezřetnost při jejich interpretaci. Částečně se tyto problémy snaží překonat využitím státních pokladničních poukázek s nulovým kuponem. Rakouští ekonomové Geyer a Mader (1999) konstatují, že odhad parametrů založený na minimalizaci cenových odchylek není obecně preferován, a připojují se k výše uvedenému názoru, že diskuze o hospodářské politice se obvykle zaměřují spíše na úrokové sazby než na cenu, a proto je opodstatněné minimalizovat odchylky hrubých výnosů. Posouzení toho, nakolik je jejich názor konzistentní s tabulkou 1, převzatou z práce Csajbók (1999), však necháme na čtenáři.

Kritickým místem je i volba počátečních hodnot parametrů β_0 až β_2 a τ . Numerická optimalizace Newtonovou metodou nezaručuje nalezení globálního minima chybové funkce; proto je nutné optimalizaci provést na více sadách počátečních parametrů. Newtonova metoda pro daný bod určí na základě parciálních derivací chybové funkce směr největšího sklonu, ve kte-

⁵ $\min \Sigma (\text{tržní cena} - \text{teoretická cena})^2$ přes všechny zvolené dluhopisy

⁶ $\min \Sigma [YTM (\text{tržní cena}) - YTM (\text{teoretická cena})]^2$ přes všechny zvolené dluhopisy

rém v dalším kroku pomocí změny hodnot parametrů změni polohu bodu na nižší úroveň chybové funkce. Zaručuje tedy – existují-li parciální derivace chybové funkce v okolí zkoumaného bodu –, že v dalším kroku bude zkoumaný bod níže, než byl v kroku předcházejícím. Ke snížení pravděpodobnosti toho, že bylo nalezeno pouze lokální, nikoliv globální minimum, je nutné optimalizační úlohu opakovat pro různé kombinace počátečních hodnot parametrů. Ani tak však není zaručeno, že dosažený výsledek je nejlepší možný a že globálního minima bylo skutečně dosaženo. Je zřejmé, že výpočet je časově náročný. Bolder a Stréliski (1999) pro ilustraci uvádějí, že Svenssonův model vyžaduje při odhadu 4krát více času oproti původní verzi Nelsonově-Siegelově. Jako vhodné se proto jeví omezit přípustné hodnoty parametrů na co nejnižší intervaly. Optimalizační úlohu provádějí (s. 51) celkem na 256 různých kombinacích vstupních parametrů, z nichž vyberou kombinaci s nejnižší chybovou hodnotou a tu prohlásí za globální minimum.

Na výsledek odhadu bude mít velký vliv i stanovení intervalů, kterých mohou parametry nabývat. Jak jsme již uvedli, díky ekonomické interpretaci by z důvodu vyloučení negativních nominálních úrokových sazeb měly platit následující dvě nerovnosti: $\beta_0 > 0$ a $\beta_0 + \beta_1 > 0$. Jako účelné se jeví omezit i další parametry. Geyer a Mader (1999) omezují parametry tak, aby: $\beta_0 \in (0, 1)$, $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \in (-1, 1)$, $\tau_1, \tau_2 \in (0, 20)$.

Závěrečným krokem odhadu výnosové křivky dluhopisů s nulovým kuponem z tržních cen kuponových dluhopisů je návrat z úročení spojitého v čase zpět na úročení roční (p.a.). Vztah mezi spojitou sazbou i a roční sazbou r je:

$$\begin{aligned} r &= \exp(i) - 1 \\ i &= \ln(1 + r) \end{aligned} \quad (14)$$

5. Aplikace na české podmínky

Burza cenných papírů Praha publikuje denně průměry kotací cen nejvýznamnějších obchodníků na českém sekundárním trhu dluhopisů; jsou uváděny i v příloze HN Burzovní noviny.⁷ Dostupné jsou tak denní údaje o průměrných cenách nákupu a prodeje nejobchodovanějších dluhopisů na trhu (zahrnující i dluhopisy státní). Výnosovou křivku je nutné konstruovat z dluhopisů majících stejné riziko a likviditu. V současné době je uváděno 14 emisí státních dluhopisů, z nichž však některé podléhají staršímu daňovému režimu, a proto je do výnosové křivky pro nesrovnatelnost výnosů nelze zařadit. Pro odhad kratšího konce výnosové křivky nebyly použity státní pokladniční poukázky (SPP), a to i přesto, že odhady prováděné v Maďarsku a Polsku tyto cenné papíry do výpočtu zpravidla zahrnují (Csajbók, 1999), (Stamirowski, 1999). Důvodem je skutečnost, že domácí trh SPP a státních dluhopisů není integrován do takové míry, aby bylo možné oba instrumenty považovat za identické ve všech ohledech kromě doby splatnosti a zařazovat je do jediné výnosové křivky. Pro odhad časové struktury úrokových sazeb v horizontu do 1 roku lze v podmínkách české ekonomiky použít například sazby FRA. Z důvodu zahrnutí pouze státních dluhopisů do odhadu výnosové křivky popisovanou metodou vypovídá výsledek hodnověrně ze-

⁷ jako „Další informace poskytované Burzou cenných papírů Praha – Průměrné referenční ceny dluhopisů“

TABULKA 2 Dluhopisy zařazené do výnosové křivky

ISIN	kupon/rok splatnosti
CZ0001000640	SD 6,50/01
CZ0001000681	SD 6,90/03
CZ0001000558	SD 14,85/03
CZ0001000574	SD 10,90/03
CZ0001000715	SD 7,95/04
CZ0001000632	SD 7,30/04
CZ0001000707	SD 6,75/05
CZ0001000723	SD 6,30/07
CZ0001000731	SD 6,40/10

jména o časové struktuře nad 1 rok a údaje pro kratší horizont splatnosti je nutné interpretovat velmi opatrně.

Pro konstrukci výnosové křivky bylo použito 9 emisí státních dluhopisů, které jsou uvedeny v *tabulce 2*.

Lze očekávat, že množství i objem státních dluhopisů se v nejbližších letech rozrostou a výnosovou křivku tak bude možné konstruovat z více pozorování. V současné době existuje jen velmi omezený počet dluhopisů s delším horizontem do doby splatnosti. Z toho vyplývá i horší vypovídací schopnost delšího konce výnosové křivky. Odhad metodou Nelsonovou-Siegelovou (či Svenssonovou) má oproti ostatním metodám tu výhodu, že umožňuje extrapolovat křivku i pro horizont delší, než je nejdelší splatný dluhopis. Provádět odhad příliš daleko za nejdelší pozorovatelnou splatnost v sobě nicméně nese riziko chyby v důsledku růstu rizikové a likvidní premie. Je možné předpokládat, že pokud by byl např. emitován dluhopis s 30letou dobou splatnosti, bude jeho cena oproti 10- či 15letému dluhopisu výrazně ovlivněna nejen termínovou premií (kterou se snažíme modelovat), ale i premií rizikovou a likvidní.

Provedený odhad časové struktury úrokových sazeb z cen domácích dluhopisů zohledňuje i dobu vypořádání obchodů. Vycházíme z předpokladu, že obchody jsou vypořádány do tří dnů po svém uzavření (standard $T+3$).

Pro názornou ilustraci a porovnání byl proveden odhad obou konkurenčních modelů pro ceny dluhopisů ze dne 17. 10. 2000.⁸ Byla zjištěna teoretická cena zvolených dluhopisů a pomocí algoritmu zobecněného redukovaného gradientu⁹ (GRG2) byla numericky minimalizována chyba ve výnosu do doby splatnosti z teoretické a tržní ceny. Pro názornost byla modifikována původně navržená chybová funkce tak, aby její hodnota udávala součet absolutních odchylek cen, a nikoliv jejich druhých mocnin.

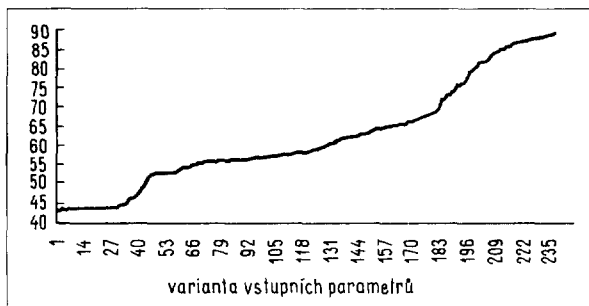
5.1 Výsledky modelů

Ukazuje se, že Nelsonův-Siegelův model je pro zkoumaná data schopen minimalizovat průměrnou absolutní chybu připadající na jeden dluhopis na hodnotu zhruba 4,8 setiny procentního bodu (BPS), zatímco Svenssonův mo-

⁸ Toto datum bylo zvoleno čistě náhodně; lze zvolit jakékoliv jiné.

⁹ jenž je součástí doplňku Excelu „Řešitel“ určeného pro numerickou optimalizaci; bližší popis na internetové adrese <http://www.frontsys.com/algorithm.htm>

GRAF 1 Průběh chybové funkce



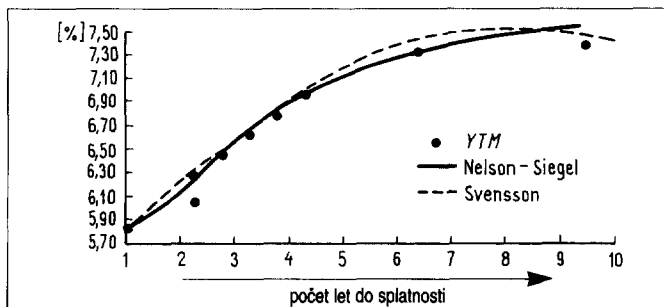
del na cca 2,8 BPS. Tento výsledek není ničím překvapivým, protože přidání člen Svanssonova modelu umožní lepší vyhlazení pozorovaných dat a kumulovaná chyba proto nutně klesne.

Z hlediska počtu parametrů se pro současnou situaci hodí vzhledem k menšímu množství Nelsonův-Siegelův model, neboť odhad 6 parametrů Svanssonova modelu pouze z 9 dluhopisů s sebou nutně nese již zmíněný problém *přeparametrizovanosti* modelu. Výsledky současných simulací to ostatně potvrzují. Jelikož důvodem odhadu časové struktury úrokových sazeb státních dluhopisů touto metodou je poskytnout informaci pro měnově-politická rozhodnutí, není nutné dávat tak velký důraz na minimalizaci chyby, jaký by byl kladen při odhadu výnosové křivky pro „obchodní účely“; to ospravedlňuje za současné situace spíše použití jednoduššího modelu Nelsonova-Siegelova. Naopak pro investory (obchodníky na sekundárním trhu dluhopisů), kteří se snaží nalézat spíše podhodnocená aktiva, je otázka minimalizace celkové chyby modelu klíčová.

Pro zvolená vstupní data bylo vytvořeno 300 různých kombinací počátečních hodnot parametrů β_0 až β_2 a τ Nelsonova-Siegelova modelu, na nichž byl proveden odhad výnosové křivky. Optimalizační algoritmus byl pro každou variantu vstupních parametrů proveden sekvenčně třikrát po sobě (nejdříve v prvním kroku byla provedena optimalizace vstupních parametrů, ve druhém optimalizace již optimalizovaných parametrů z prvního kroku a ve třetím kroku optimalizace parametrů získaných ve druhém kroku), aby bylo dosaženo co nejpřesnějších výsledků. Seřadíme-li výsledky podle dosažené celkové chyby, jak je uvedeno v *grafu 1*, můžeme konstatovat, že zhruba 10 % všech odhadů se pohybuje velice blízko odhadu nejlepšímu. V grafu 1 je uvedena hodnota celkové chybové funkce, průměrnou hodnotu připadající na jeden dluhopis dostaneme jejím vydělením počtem dluhopisů (tj. vydělením 9). Za odhad časové struktury úrokových sazeb získaných z cen dluhopisů proto můžeme prohlásit kteroukoliv z těchto přibližně 33 nejlepších variant. Pro urychlení výpočtu by za předpokladu stejného rozložení mohl být snížen počet variant odhadů a nemuselo by být odhadováno všech 300 různých sad vstupních hodnot parametrů. Jako nezbytné minimum se však jeví alespoň 30–50 různých vstupních vektorů.

Z výsledků je patrné, že odhadnutý tvar křivky se pro prvních 125 nejlepších výsledků téměř neliší a jednotlivé křivky se vzájemně překrývají.

GRAF 2 Porovnání obou metod a hrubý výnos (YTM) jednotlivých dluhopisů



5.2 Srovnání Nelsonova-Siegelova a Svenssonova modelu

Pro srovnání metod byl proveden odhad Svenssonova modelu, jehož výsledky jsou zachyceny v grafu 2. Chybová funkce dosahovala u Svenssonova modelu zhruba poloviční hodnoty oproti modelu Nelsonově-Siegelově.¹⁰

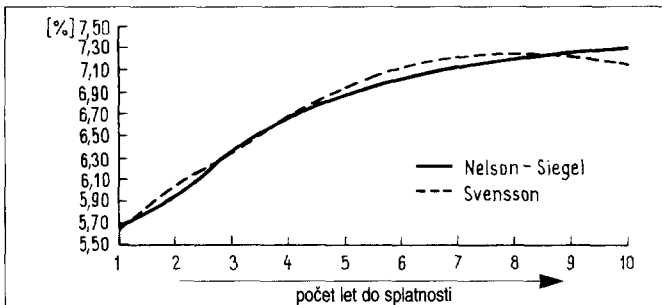
Na grafu 2 je znázorněn průběh odhadnutých výnosových křivek spolu s aktuálními výnosy do doby splatnosti (YTM) odpovídajících dluhopisů. I přesto, že je celková chyba Svenssonovy křivky menší, graf demonstruje některé problémy spojené s přeparametrizováním modelu. V délce do splatnosti těsně nad dva roky se vyskytují 2 dluhopisy s téměř identickou dobou splatnosti (SD 6.90/03 splatný 21.1.2003 a SD 14.85/03 splatný 6.2.2003 – jejichž kuponové sazby odrážejí odlišné tržní podmínky v době vydání), které byly na trhu obchodovány za výrazně odlišné výnosy. Svenssonův model si „vybral“ vyšší výnos, ke kterému se přiblížil za cenu vzdání se od výnosu nižšího. Křivka má pak v úseku splatnosti dvou let vizuálně nepřirozený hrbol, který zkresluje odhadnutou časovou strukturu úrokových sazeb. Další problém vzniká na delším konci křivky. Z důvodu malého počtu použitelných dluhopisů (tj. pouze dvou) za horizontem 6 let se delší konec křivky odhaduje obtížněji. Použitá chybová funkce vážila odchylky všech dluhopisů stejnou váhou a při nerovnoměrném rozložení splatností dluhopisů v čase tak zákonitě přisoudila silnější váhu kratšímu konci křivky (resp. její střední části). Přisouzení větších vah chybám na delším konci by mohl problém značných odchylek u dvou nejdelších dluhopisů odstranit (avšak za cenu vzrůstu odchylek dluhopisů zbývajících). Protože působení měnové politiky by se mělo soustředit spíše na střednědobý časový horizont, byla chybová funkce ponechána ve své původní podobě.

Funkce diskontního faktoru daná rovnicí (11) byla u obou přístupů velmi podobná. Budoucí hotovostní tok tak byl diskontován téměř identickou hodnotou. Průběh funkce odpovídá i ekonomickým předpokladům, že by mělo jít o funkci v čase monotónně klesající (stejná nominální hodnota v budoucnosti má pro držitele nižší užitek, než kdyby ji obdržel již v současnosti).

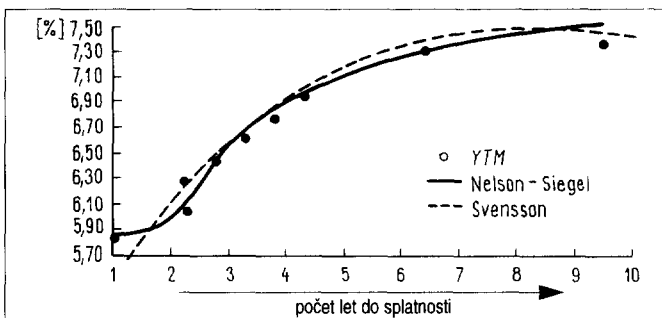
Odhadnutá implikovaná spojitá forwardová úroková sazba vykazuje problém přeparametrizování Svenssonova modelu v současných českých podmínkách nejzřetelněji. Forwardovou sazbu můžeme interpretovat za urči-

¹⁰ přesněji: chyba (NS) = 43,5 a chyba (S) = 24,9

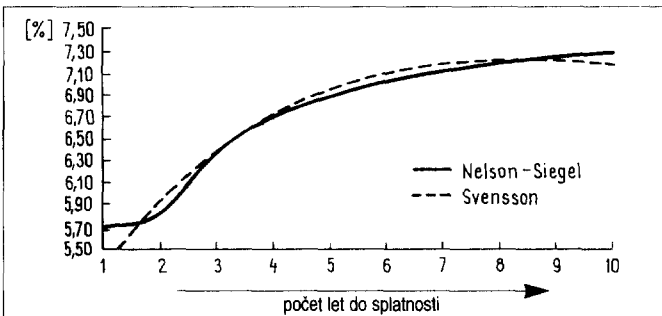
GRAF 3 Spojitá úroková sazba



GRAF 4 Výnosová křivka dluhopisu s nulovým kuponem (s minimalizací odchylky cen)



GRAF 5 Spojitá úroková sazba (s minimalizací odchylky cen)



tých předpokladů jako odhad budoucí spotové sazby. Zároveň jde o marginální úrokovou sazbu (viz popis Nelsonova-Siegelova modelu výše), úroková sazba $i(m)$ pro splatnost m je průměrem spojitých forwardových sazeb během období od 0 do m a při spojitém úročení lze psát (viz rovnice (8)):

$$i(m) = 1/m \int_0^m f(x)dx$$

5.3 Minimalizace chyby ceny versus výnosu

Jak jsme již uvedli, jedním z důležitých rozhodnutí při odhadech výnosové křivky Nelsonovou-Siegelovou či Svenssonovou metodou je to, zda minimalizovat součet chyb cen, nebo výnosů, neboť oba přístupy vedou k mírně odlišným výsledkům. Předchozí grafy znázorňovaly situaci, kdy byla minimalizována chyba ve výnosu. Pro srovnání, jak by odhadnuté křivky vypadaly, byl na identických vstupních datech proveden i odhad, při kterém byla minimalizována odchylka cen – viz *graf 4 a 5*.

6. Závěr

Parametrické odhady výnosové křivky z cen kuponových státních dluhopisů se staly v uplynulých letech v mnoha centrálních bankách velice oblíbené a nahradily dříve používané modely. S rozvojem finančního trhu tak vzniká prostor pro jejich použití i v českých podmínkách. Tato práce se snažila osvětlit metodu odhadu dvou dnes patrně nejrozšířenějších parametrických modelů – Nelsonova-Siegelova a Svenssonova.

Vzhledem k současnému nízkému počtu domácích státních dluhopisů, ze kterých by bylo možné odvozovat časovou strukturu úrokových sazeb, se jeví jako opodstatněné používat pro odhad *výnosové křivky dluhopisů s nulovým kuponem* metodu navrženou Nelsonem a Siegelem. Námětem pro další práce může být podrobnější zkoumání toho, zda se při odhadu výnosové křivky pokoušet o minimalizaci odchylek cen nebo výnosů dluhopisů. Rovněž je možné diskutovat změnu chybové funkce tak, aby byla případně přisouzena větší váha dluhopisům na delším konci křivky, i to, které dluhopisy do výpočtu zahrnovat a které nikoliv. Vzrostli-li dostatečně počet státních dluhopisů, bude možné v budoucnu uvažovat i o použití Svenssonova modelu.

Odhadnutá výnosová křivka z cen českých státních kuponových státních dluhopisů by měla sloužit k lepší představě o struktuře úrokových sazeb především za horizontem jednoho roku a doplnit tak dosud používané nástroje měnových analýz (sazby *forward rate agreement*, *interest rate swap* apod.). Zcela jistě se dá do budoucna očekávat zaplnění výnosové křivky novými emisemi státu; její vypovídací schopnost se proto bude v čase zlepšovat, neboť k odhadu bude možné použít více pozorování.

LITERATURA

- BOLDER, D. – STRÉLISKI, D. (1999): Yield Curve Modelling at the Bank of Canada. *Technical report no. 84, Bank of Canada*, February 1999.
- Burza cenných papírů Praha: *Burzovní standardy*. Praha, Burza cenných papírů Praha, a.s.
- CIPRA, T. (2000): *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou*. Praha, HZ, 2000.
- CSAJBÓK, A. (1999): Zero-Coupon Yield Curve Estimation from a Central Bank Perspective. *Working paper, National Bank of Hungary*, May 1999.
- DEACON, M. (1994): *Estimating the Term Structure of Interest Rates*. Bank of England, 1994.
- Deutsche Bundesbank (1997): Estimating the Term Structure of Interest Rates. *Deutsche Bundesbank Monthly Report*, October 1997, pp. 61–66.
- GEYER, A. – MADER, R. (1999): Estimation of the Term Structure of Interest Rates: A Parametric Approach. *Working paper 37, Oesterreichische Nationalbank*, 1999.
- JÄÄSKELÄ, J. – VILMUNEN, J. (1999): Anticipated Monetary Policy and the Dynamic Behaviour of the Term Structure of Interest Rates. *Discussion paper 12/99, Bank of Finland*, 1999.
- KOTLÁN, V. (1998): Interest Rate Forecasting and the Yield Curve: Some Empirical Evidence in the Czech Economy. Sborník z konference „*Perspektivy bankovníctví po roce 2000 v České republice a ve světě*“. Karviná, OFF-SU, říjen 1998.
- KOTLÁN, V. (1999): Výnosová křivka v teorii a v praxi českého mezibankovního trhu. *Finance a úvěr*, 1999, č. 7, ss. 407–426.
- MATALÍK, I. (1994): Výnosová křivka – teorie a praxe českého finančního trhu v kontextu měnové politiky ČNB v r. 1993. *Finance a úvěr*, 1994, č. 11, ss. 597–609.
- McCULLOCH, J. H. (1971): Measuring the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business*, vol. XLIV (January 1971), pp.19–31.
- MEIER, I. (1999): *Estimating the Term Structure of Interest Rates: The Swiss Case*. Swiss Institute of Banking and Finance, December 1999.
- NELSON, CH. R. – SIEGEL, A. F. (1987): Parsimonious Modeling of Yield Curves. *Journal of Business*, vol. 60, 1987, pp. 474–489.
- SEPPÄLÄ, J. – VIERTIÖ, P. (1996): The Term Structure of Interest Rates: Estimation and Interpretation. *Discussion paper 19/96, Bank of Finland*, 1996.
- RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. (1993): *Finanční matematika pro každého*. Praha, Grada, 1993.
- STAMIROWSKI, M. (1999): Empirical Application of the Nelson and Siegel Parsimonious Zero-Coupon Yield Curve Model. *Paper*, no. 16, *Narodowy Bank Polski*, 1999.
- SVENSSON, L. E. O. (1994): Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–94. *Discussion paper*, no. 1051, *CEPR*, 1994.
- United Kingdom Debt Management Office (2000): *The DMO's Yield Curve Model*. July 2000.

SUMMARY

JEL Classification: E43, C59, G12

Keywords: yield curve – term structure of interest rates – bonds

Interest Rates Time Structure and Domestic Bond Prices

Michal SLAVÍK – Czech National Bank (michal.slavik@seznam.cz)

This paper considers and provides estimates of the term structure of interest rates based on observable bond prices. The paper opens with an account of the usefulness of the so-called *zero-coupon yield curve* as a tool for term structure modelling. Toward this, three methods are considered – the Canadian model, the Nelson-Siegel model and its extension in the Svensson model. The author thereupon presents both the estimation technique and the possible model restrictions. This theoretical background is applied to an estimation of the zero-coupon yield curve estimation derived from data from the Czech coupon bond market. Because of the relatively small number of coupon bonds currently available on the Czech market, the best results are produced by the Nelson-Siegel model. The growing number of state bond issues on the market, however, should increase the relevance of the Svensson model accordingly.