

Makroekonomický model produktu neakcelerujícího inflaci

Osvald VAŠÍČEK* – Martin FUKAČ**

Úvod

Se změnou monetárního režimu České národní banky vzrostla potřeba předpovědi vývoje inflace. Zatímco krátkodobou předpověď lze získat expertním odhadem, k předpovědi střednědobé inflace je obvykle již zapotřebí makroekonomického modelu. S tím je spojena nutnost modelovat (střednědobý) rovnovážný produkt. Ve většině autorům známých prací, které se zabývají předpovídáním inflace v ČR, je význam modelování rovnovážného produktu dosti opomíjen. Buď není v modelech uvažován vůbec, nebo je jeho vývoj predeterminován předpokladem o rigiditě nabídkové strany (konstantním růstem rovnovážného produktu). Takový předpoklad může být přijatelnou aproximací potenciálního produktu pro stabilní ekonomiky, ne však pro tranzitivní ekonomiky, v nichž hospodářství prochází zásadními strukturálními změnami a je citlivé na vnější i vnitřní šoky. Předpoklad nepružnosti nabídkové strany zkrsluje charakter produkční mezery a zvyšuje nejistotu v odhadu působení inflačních tlaků.

Předmětem článku je prezentace jednoduchého makroekonomického modelu, který řeší problém odhadu potenciálního produktu pomocí rozšířené Phillipsovy křivky. Jedná se o dnes již téměř běžný způsob odhadu používaný při modelování vyspělých ekonomik (např. (Kutner, 1994), (Kitchian, 1999)). Snahou autorů je aplikace na podmínky české ekonomiky a analýza podobných modelů v těchto podmínkách. Rovnovážný produkt je modelován explicitně a odhadován jako přímo nepozorovatelná ekonomická veličina modifikovanou metodou Kalmanovy filtrace. Pro zjednodušení modelu jsou zavedeny relativně restriktivní předpoklady. Analýza vlivu uvolňování těchto předpokladů a ex ante vlastností modelu bude předmětem dalšího výzkumu.

Článek je rozčleněn na pět částí. V první části je diskutována definice rovnovážného produktu tak, jak je chápána v tomto článku. Jedná se v sou-

* Ekonomicko-správní fakulta Masarykovy univerzity, Brno a Česká národní banka, Praha (osvald@econ.muni.cz)

** CERGE-EI, společné pracoviště UK Praha a AV ČR (martin.fukac@cerge-ei.cz)

Názory a pohledy prezentované autory v textu jsou jejich vlastní a neodpovídají nutně názorům ČNB. Stejně tak za omyly a chyby jsou odpovědní pouze autoři.

časné ekonomii hlavního proudu o standardní definici. Představuje však základ předkládané práce a autoři pokládají za vhodnější ji explicitně uvést z důvodu lepšího porozumění modelu. Druhá část obsahuje základní teoretickou motivaci modelové struktury. Třetí část je věnována popisu struktury a vlastností modelu, který byl identifikován na čtvrtletních datech české ekonomiky. Čtvrtá část zahrnuje popis metody odhadu a pátá část analýzu vlastností kvantifikovaného modelu. Závěr článku je věnován diskusi dosažených výsledků a možnostem úprav a zlepšení struktury modelu v dalším vývoji.

1. Produkt neakcelerující inflaci

V ekonomické teorii je rovnovážný produkt obvykle definován jako hypotetický produkt, který je dosažen při optimální alokaci na trhu výrobních faktorů a trhu zboží a služeb. Je nazýván potenciálním produktem a ekonomika k němu vždy konverguje. V této práci bude potenciální produkt definován odlišně. Nebudeme uvažovat učebnicový potenciální produkt (jeho definice je pro naše účely poněkud vágní), ale rovnovážný produkt, který neakceleruje inflaci a jehož definice je již specifitější. Koncept je zvolen pro jeho vhodnost k využití v praktické hospodářské (zejména monetární) politice. Definice rovnovážného produktu je s obvyklou definicí potenciálního produktu konzistentní. Jedná se o jeho střednědobou aproximaci.

Aby nedocházelo k nedorozumění, upozorňujeme, že k odhadu rovnovážného produktu není použit model zahrnující strukturální charakteristiky ekonomiky, a tudíž se nejedná o potenciální produkt v obvyklém chápání. Proto zavádíme v této práci pro rovnovážný produkt jiné označení. Veličinu nazýváme *produkt neakcelerující inflaci* (*Non-Accelerating Inflation Produkt*, NAIP). Jde o účelový název, který vyjadřuje předpoklad, za kterého je veličina získána. NAIP, stejně jako tradiční potenciální produkt, teoreticky vychází z hypotézy o přirozené míře nezaměstnanosti, resp. nezaměstnanosti neakcelerující inflaci (*Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment*, NAIRU).¹ V problematice nezaměstnanosti je běžně používán pojem NAIRU jako střednědobý koncept a jako dlouhodobý koncept přirozená míra nezaměstnanosti.² V problematice rovnovážného produktu zatím pojmy pro podobné časové rozlišení neexistují. Potenciální produkt, který je v praktických aplikacích modelován produkční funkcí, je striktně chápán jako dlouhodobý rovnovážný produkt. Produkt neakcelerující inflaci je naopak nutné striktně chápat jako střednědobý rovnovážný produkt, ke kterému bude reálný produkt konvergovat ve střednědobém horizontu (po odeznění vlivu krátkodobých a střednědobých nabídkových šoků) a s kterým je spojena střednědobá stabilita míry inflace (v horizontu jednoho až tří let). Koncept NAIP je bližší realitě a praktickým potřebám než koncept potenciálního produktu, jenž vychází z produkční funkce. Takové přístupy mohou být použity pro velké a stabilní ekonomiky s malou fluktuací makroekonomických veličin, ale pro malé tranzitivní ekonomiky

¹ Srovnej (Sargent, 1987) a (Blanchard, 2000).

² O jejich přesnou specifikaci se pokouší např. Richardson et al. (2000).

je jejich aplikace nevhodná. Důvodem je přehnaná restrikce flexibility nabídkové strany ekonomiky, která pro tranzitivní ekonomiky zřejmě není vhodná.

2. Teoretický koncept modelu NAIP³

Modelový koncept NAIP vychází z rozšířené Phillipsovy křivky, jak ji odvodil Sargent (1987, kap. 16). Vztah má standardní podobu:⁴

$$\pi_t - \pi_t^e = \alpha (y_t - y_t^*) \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

kde π_t je míra inflace v období od $t-1$ do t a π_t^e je míra inflace očekávaná ekonomickými subjekty v tomto období. Očekávání se tvoří na základě informace dostupné v okamžiku $t-1$. Vyjádříme je jako podmíněnou střední hodnotu $\pi_t^e = E(\pi_t | \Omega_{t-1})$. y_t je reálný produkt a y_t^* je potenciální produkt v období t .

Úvaha, která vede k rovnici (1), je standardní. Předpokládá se, že na počátku období t ekonomické subjekty optimalizují své chování pro celé následující období.⁵ Chování ekonomických subjektů reprezentované vyšší produktem y je určeno očekávanými cenovými podmínkami (očekávanou inflací v tomto období).⁶ Změny cenové hladiny, přesněji řečeno neočekávané změny cenové hladiny, jsou subjekty chápány jako změny v reálné poptávce, a proto na ně ekonomické subjekty reagují reoptimalizací chování. Jsou-li očekávání chybná či nepřesná, tj. skutečná inflace je odlišná od očekávané, pak se to projeví v odchylce reálného produktu od produktu potenciálního; to znamená, že je-li $(\pi > \pi^e)$, pak $(y > y^*)$, nebo je-li $(\pi < \pi^e)$, pak $(y < y^*)$. V případě, že jsou očekávání anticipována, tj. $(\pi = \pi^e)$, produkt je na úrovni NAIP, $(y = y^*)$.

Z hlediska odhadu y_t^* je tvar Phillipsovy křivky (1) nevhodný. Neanticipovaná očekávání $(\pi - \pi^e \neq 0)$ jsou značně volatilní. Ve vztahu (1) to implikuje proporcivně stejnou volatilitu produkční mezery $(y - y^*)$, což je nežádoucí. y^* je statisticky nepozorovatelná veličina. Její hypotetická hodnota je odhadována na základě pozorovatelného vývoje reálného produktu a aproximace neanticipované inflace. Vývoj y je však v porovnání s neanticipovanou inflací stabilnější. Aby vztah (1) platil, musí být y^* volatilnější než reálný produkt.⁷ Potlačením tohoto jevu by se NAIP měl více blížit k te-

³ Bude-li dále používán termín potenciální produkt, je to vždy ve smyslu NAIP, není-li explicitně řečeno jinak.

⁴ Všechny veličiny ve vztahu (1), stejně jako ve všech ostatních vztazích jsou uváděny v logaritmech.

⁵ Sargent (1987, s. 440) explicitně hovoří pouze o výrobcích. Implicitně jsou však zahrnuty všechny ekonomické subjekty.

⁶ Očekávání cenových podmínek odpovídá očekávání poptávky po produkci (Sargent, 1987, s. 441).

⁷ Skutečnost, že neanticipovaná očekávání ovlivňují hodnotu odhadovaného y^* , je důvodem, proč zavádíme označení NAIP, tj. produkt neakcelerující inflaci. Je-li potenciální produkt y^* odhadován na základě (1), má následující vlastnosti: je-li reálná produkce y tlačena (např. expanzivní monetární politikou) nad y^* , inflace akceleruje, tj. trvale roste její přírůstek. Je-li y na úrovni y^* , inflace se nemění. Vztah (1) nezahrnuje fundamentální ekonomické charakteristiky, a proto dáváme přednost označení NAIP před označením potenciální produkt.

oretické představě o potenciálním (rovnovážném) produktu. Snaha o odstranění volatility NAIP tak vede k zavedení pojmu střednědobý NAIP neboli *no-supply-shock* NAIP (NAIP očištěný o vliv nabídkových šoků).⁸ Vychází se při tom z úvahy, že chyby v očekáváních vývoje různých veličin mohou být vzájemně korelovány, tj. chybný postup tvorby očekávání vývoje jedné veličiny se může opakovat při tvorbě očekávání veličiny další. Volatilitu neanticipované inflace lze pak snížit zahrnutím exogenních veličin determinujících inflaci a použitím stejného modelu očekávání pro tyto veličiny, jako je model aplikovaný pro inflační očekávání. Neanticipovaná hodnota inflační determinanty (exogenní šok) pak může být použita ke snížení volatility ($\pi - \pi^e$). Jinými slovy: část volatility ($\pi - \pi^e$) je vysvětlena exogenním šokem, a tím se přenáší méně volatility do y^* . Doba účinnosti působení šoků ovlivňuje charakter NAIP. V této práci uvažujeme pouze šoky, u kterých se předpokládá střednědobá účinnost. Odstraní se tak krátkodobé a střednědobé vlivy na inflaci a vytvoří se podmínky pro střednědobou aproximaci rovnovážného produktu. Dosaženo je toho rozšířením Phillipsovy křivky (1) o vektor nabídkových šoků:

$$\pi_t - E(\pi_t | \Omega_{t-1}) = \alpha (y_t - y_t^*) + \beta [\mathbf{X}_t - E(\mathbf{X}_t | \Omega_{t-1})] \quad \alpha > 0 \quad (2)$$

Vektor \mathbf{X} obsahuje takové veličiny, které sice působí krátkodobě, ale mají střednědobý dopad. Za takové veličiny jsou standardně považovány ceny energetických surovin či energie a ceny importu zboží a služeb. Zmiňované veličiny jsou důležitými determinantami inflace a jejich zahrnutím nepřímo dospějeme k Phillipsově křivce modifikované pro otevřenou ekonomiku (Card, 1995).

Dalšími modelovými vztahy, kromě vztahu (2), jsou rovnice chování reálného produktu a NAIP. Zavedené vztahy nejsou zcela podloženy rigorózní ekonomickou teorií, využíváme však zkušeností z předchozích modelových aplikací.⁹ Reálný produkt y je v nich dán jako součet NAIP (y^*) a cyklické složky g (produkční mezery $y - y^*$). Předpokládáme, že cyklická složka má charakter autoregresního procesu druhého řádu (AR(2)), a NAIP, tj. trendová složka produktu, y^* , že je procesem náhodné procházky s driftem m . Uvedené předpoklady jsou vyjádřeny v následujících vztazích:

$$y_t = y_t^* + g_t \quad (3a)$$

$$y_t^* = y_{t-1}^* + m_t + \varepsilon_t^p \quad (3b)$$

$$m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t^m \quad (3c)$$

$$g_t = \varphi_1 g_{t-1} + \varphi_2 g_{t-2} + \varepsilon_t^g \quad (3d)$$

kde ε^p , ε^m , ε^g jsou stochastické složky.

Jestliže si uvědomíme, že platí $y_{t-1}^* = y_{t-1} - g_{t-1}$, můžeme (3b) přepsat jako:

$$\Delta y_t = \mu_t + \Delta g_t + \varepsilon_t^y \quad (4)$$

⁸ Takový koncept úspěšně použil Gordon (1996) při odhadu NAIRU.

⁹ Tento koncept je použit např. Gerlachem a Smetsem (1997) nebo Kitchianem (1999). Určitý teoretický podklad pro rovnice chování nabízí Sargent (1987), ss. 444–445.

Relativní přírůstek reálného produktu je dán součtem relativního růstu NAIP (μ) a přírůstku cyklické složky Δg a stochastické složky s vlastnostmi bílého šumu.

3. Model NAIP kvantifikovaný pro českou ekonomiku

Model sestavený pro českou ekonomiku vychází z rovnic chování (2), (3c), (3d) a (4). Do modelu je však zahrnut ještě vztah pro měnový kurz (10) a identita inflace (9). Struktura následujícího modelu vychází z (Vašíček – Fukač, 2001).

$$\Delta y_t = \mu_t + g_t - g_{t-1} + e_t^y \quad (5)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + w_t^\mu \quad (6)$$

$$g_t = a_1 g_{t-1} + a_2(\Delta i_{t-1} - \Delta \pi_{t-1}) + a_3 \Delta s_{t-1} + w_t^g \quad (7)$$

$$\Delta \pi_t^n = b_1 g_t + b_2 g_{t-1} + b_3 \Delta s_{t-1} + b_4 \Delta o_{t-2} + w_t^{\pi^n} \quad (8)$$

$$\Delta \pi_t = d_t \Delta \pi_t^n + (1 - d_t) \Delta \pi_t^r + w_t \quad (9)$$

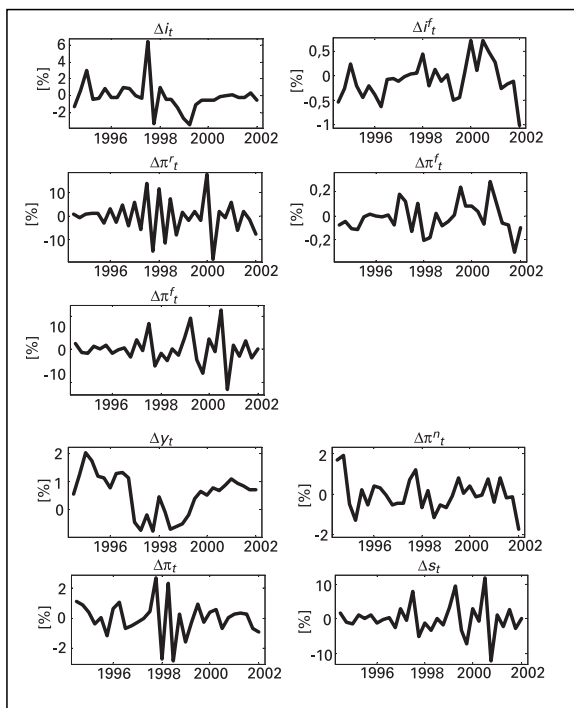
$$\Delta s_t = c_0 + c_1 \Delta s_{t-1} + c_2 \Delta s_{t-2} + c_3(\Delta i_{t-1} - \Delta i_{t-1}^f) + c_4(\Delta \pi_{t-1} - \Delta \pi_{t-1}^f) + w_t^s \quad (10)$$

kde modelové výstupy Δy , $\Delta \pi$, $\Delta \pi^n$ a Δs jsou čtvrtletní relativní změna reálného HDP, absolutní změna čtvrtletní míry inflace spotřebitelských cen, absolutní změna čtvrtletní míry čisté inflace a relativní změna čtvrtletního reálného efektivního měnového kurzu. Modelové vstupy $\Delta \pi^f$, $\Delta \pi^r$, Δi , Δi^f a Δo jsou absolutní změna čtvrtletní zahraniční inflace (německé), absolutní změna čtvrtletní inflace regulovaných cen, absolutní změna domácí krátkodobé nominální úrokové míry (3M PRIBOR), absolutní změna zahraniční krátkodobé úrokové míry (3M EURIBOR) a absolutní změna čtvrtletní inflace ceny ropy. Proměnné w vždy představují stochastické složky stavů, tzv. šumy procesu. Proměnná ε je chyba výstupu. Časové řady hodnot všech modelových proměnných¹⁰ jsou uvedeny na *grafu 1*.

Rovnice (5) odpovídá vztahu (4) uvedenému výše. Relativní změna reálného HDP je rozložena na relativní změnu NAIP (trendová část μ) a relativní změnu produkční mezery g . Tempo růstu NAIP modelujeme, podobně jako Kitchian (1999), náhodnou procházkou (rovnice (6)). Vývoj NAIP je tak minimálně restriktován a to umožňuje, aby reflektoval pouze modelové vazby shrnuté v (5). Vypovídací schopnost odhadu je tak pozitivně omezena; pozitivně v tom smyslu, že na základě ex post simulací modelu lze identifikovat vlivy, které na daný vývoj působily nejvíce.

Rovnice (7), tzv. IS-křivka, popisuje chování produkční mezery. Jedná se o upravenou rovnici (3d) zahrnující vlivy se střednědobou účinností, jako je (absolutní) změna reálné úrokové míry ($\Delta i - \Delta \pi$), reprezentující vliv monetární politiky, a relativní změna reálného kurzu. V rovnici se předpokládá, že rovnovážné úrovně změn všech veličin jsou, kromě měnového kurzu, nulové (viz konstantní člen c_0 v rovnici (10)). Podobná specifikace

¹⁰ Zdrojem dat je Český statistický úřad, Česká národní banka a Deutsche Bundesbank.



IS-křivky je použita např. Estrellou a Mishkinem (1998) v modelu pro odhad NAIRU, který je svou podstatou blízký modelu NAIP.

Vztah (8) představuje konkrétní tvar rovnice (2). Předpokládáme, že očekávání ekonomických subjektů jsou tvořena adaptivně, resp. naivně. Proto ve vztahu (8) vystupuje jako vysvětlovaná proměnná první diference inflace a šokové veličiny jsou uvažovány také v relativním přírůstku. Neanticipovaný vývoj inflace modelově závisí na velikosti produkční mezery v období t a $t - 1$. Jako exogenní šoky snižující variabilitu neanticipované inflace, která se promítá do odhadu vývoje produkční mezery, zde vystupují relativní změna reálného měnového kurzu Δs a změna inflace cenyropy Δo . Přírůstek relativního měnového kurzu je zvolen jako aproximace inflace cen importovaného zboží a služeb.¹¹ To, že veličiny nemají pravou šokovou povahu, je dáno zatím zavedeným předpokladem o naivních očekáváních. Předpoklad bude v dalších modelech opuštěn. I za předpokladu adaptivních očekávání je však šokový charakter veličin do určité míry zachován (viz jednotlivé části grafu 1). Protože uvažujeme šoky, které mají přímý krátkodobý účinek na inflaci a střednědobý dopad na produkční mezeru (podobně jako Gordon (1996) nebo Kitchian (1999)), zahrnujeme stejné šoky jak do (8), tak do (7).

¹¹ Ve skutečnosti může měnový kurz představovat samostatný šok s reálným dopadem do ekonomiky.

Rovnice (9) je identitou pro přírůstek inflace spotřebitelských cen, který se skládá z váženého přírůstku čisté inflace získaného ze vztahu (8) a z váženého exogenně zadaného přírůstku inflace regulovaných cen. Přírůstek inflace pak vstupuje do rovnic (7) a (10).

Vztah (10) popisuje vývoj měnového kurzu jako autoregresní proces druhého řádu se závislostí na přírůstcích úrokového a inflačního diferenciálu. Diferenciály jsou počítány vzhledem k úrokové míře a inflaci v Německu. Explicitní použití vztahu (10) je možné za předpokladu adaptivní tvorby očekávání.

Dynamická stabilita celého modelu je závislá na hodnotě parametru a_1 v rovnici (7), jehož hodnota by měla ležet v intervalu (0,1). Tím se zároveň předpokládá pozitivní autokorelace produkční mezery. Stabilita modelu je také nepřímo závislá na parametrech autokorelace c_1 a c_2 v rovnici (10), pro jejichž hodnoty by mělo platit: $0 < c_1 < 1$ a $c_1^2 < (c_2 + 1)/2$. Z teoretického hlediska by hodnoty zbývajících modelových parametrů měly mít následující vlastnosti: $a_2 < 0$: vliv reálné úrokové míry na produkční mezeru (definovanou jako $y - y^*$) by měl být negativní, tj. růst úrokové míry by měl působit na pokles reálného produktu; $b_1 + b_2 > 0$: celkový vliv produkční mezery na inflaci by měl být pozitivní, tj. kladná produkční mezera představuje inflační tlak; $a_3 > 0$, $b_3 > 0$: depreciační měnového kurzu ($\Delta s > 0$) by měla působit pozitivně jak na produkt, resp. produkční mezeru, tak na inflaci; $b_4 > 0$: růst cen ropy by se měl pozitivně promítnout do inflace; $c_3 < 0$: pozitivní úrokový diferenciál má působit na vývoj měnového kurzu apreciačně; $c_4 > 0$: pozitivní inflační diferenciál by měl působit na měnový kurz depreciačně. V části 5 jsou teoretické vlastnosti modelu využity k analýze výsledků kvantifikace.

4. Metoda odhadu

Volba metody odhadu byla ovlivněna okolností, že do modelu (5) až (10) jsou zahrnuty potenciální, nepozorovatelné ekonomické veličiny. Metoda by tedy měla umožnit také odhad vývoje těchto proměnných. K takovému odhadu lze využít například metod, jako je Hodrickův-Prescottův více-rozměrný filtr (MVHP-filtr), Kalmanův filtr (KF), metoda SVAR nebo méně používaná metoda *spline*.¹² Kalmanova filtrace se autorům jevila jako nejvhodnější. Přednosti spočívají zejména a) v kvalitě modelového odhadu, při kterém je rekurzivně využita informace obsažená v časových řadách, b) v tom, že odhad vývoje nepozorovatelných veličin je řešen způsobem, který explicitně zohledňuje měnící se strukturu modelu, a c) v tom, že metoda umožňuje současně také odhad vývoje časově proměnných parametrů. Naproti tomu obecným nedostatkem Kalmanovy filtrace jsou její konvergenční vlastnosti. Výsledky odhadu jsou významně závislé na po-

¹² Srovnáním jednotlivých postupů odhadu nepozorovatelných veličin se věnuje např. Boon (2000), který porovnává účinnost Kalmanova filtru a vícerozměrného HP-filtru při jejich aplikacích na modelu NAIRU. Astle a Yates (1999) srovnávají Kalmanův filtr, metodu SVAR a metodu *spline* při aplikacích na modelu produkční mezery. V obou citovaných pracích je Kalmanův filtr považován za nástroj vhodný k odhadu nepozorovaných modelových proměnných.

částečných podmínkách, které a priori specifikuje uživatel. Podobnými nedostatky ovšem trpí i ostatní zmiňované metody. Zejména pak MVHP-filtr a metoda *spline*. Problémy spojené s apriorní informací jsou relativně nejmenší u metody SVAR; proto může být pro některé aplikace lepší alternativou než KF.

Abychom omezili známý problém Kalmanova filtru spočívající v citlivosti na kvalitu počátečních podmínek, vyvinuli jsme modifikaci KF, kterou toto eliminujeme. Využijeme při tom schopnosti filtru získat nezbytnou informaci z vývojových řad modelových proměnných. Před popisem vlastní funkce modifikovaného Kalmanova filtru připomeneme modelovou strukturu stavového modelu, která je pro aplikaci Kalmanovy filtrace nezbytná.

Makroekonomický model musí být sestaven ve tvaru stavového modelu (11), (12) nebo musí být do tohoto tvaru restrukturován:

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) + \mathbf{v}_t \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) + \mathbf{e}_t \quad (12)$$

kde vztah (11) je *stavová rovnice* představující dynamické jádro modelu. Vztah (12) je *rovnice výstupu*. \mathbf{y} je vektor výstupů, \mathbf{x} je vektor stavových proměnných, \mathbf{u} je vektor modelových vstupů (exogenních proměnných), \mathbf{v} je stavový šum procesu a \mathbf{e} je chyba modelového výstupu. Funkce \mathbf{g} a \mathbf{f} mohou obecně být nelineární. Zavedení parametrů proměnných v čase vede vždy k tomu, že je model nelineární. To samozřejmě platí také pro model (5) až (10). Při odhadu časově proměnných parametrů se dynamické jádro představované stavovou rovnicí ještě rozšíří o rovnici popisující vývoj parametrů:¹³

$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}_t + v_t \quad (13)$$

kde $\boldsymbol{\theta}$ je vektor parametrů a $\boldsymbol{\Phi}$ je strukturní matice parametrů. V nejjednodušším případě může být vývoj parametrů popsán náhodnou procházkou:

$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t + v_t \quad (14)$$

Přepis makroekonomického modelu do stavového tvaru a odvození jednoduchého Kalmanova filtru se věnuje např. Hamilton (1994, kap. 13). Nebudeme se proto tomuto blíže věnovat a omezíme se pouze na popis principu modifikované Kalmanovy filtrace, která byla použita k odhadu modelu (5) až (10).

Předpokládejme, že makroekonomický model je popsán ve stavovém tvaru (11) až (12) a jsou tedy definovány stavové, výstupní a exogenní veličiny. Pak lze aplikovat Kalmanův filtr, který provádí odhad vývoje parametrů a neznámých stavů rekurzivními kroky: a) modelovým krokem (tzv. predikcí) a b) datovým krokem (tzv. filtrací). Pro inicializaci algoritmu KF (v čase $t = 0$) musíme zadat počáteční informaci, tj. apriorní odhad hod-

¹³ Z ekonomického hlediska časová variabilita parametrů umožňuje zachycení možných strukturních změn v modelu, a tak částečnou eliminaci Lucasovy kritiky.

not stavů a parametrů a jejich rozptylů.¹⁴ Na základě apriorní informace v čase $t = 0$ a modelu (11) až (12) jsou predikovány hodnoty stavů v čase $t = 1$ (odtud název modelový krok). Následuje datový krok (filtrace), v němž se predikovaná hodnota aktualizuje na základě skutečných pozorování. Tím se také aktualizuje původně apriorně zadaná informace. Následuje predikce stavů v čase $t = 2$ a opět další filtrace. Kroky se postupně opakují pro čas $t = 1, \dots, T$. Formálně vyjádřeno:

$$x_{-1|0} \rightarrow x_{0|0} \rightarrow x_{1|0} \rightarrow x_{1|1} \rightarrow x_{2|1} \rightarrow \dots \rightarrow x_{T-1|T-1} \rightarrow x_{T|T-1} \rightarrow x_{T|T}$$

$x_{t+1|t}$ představuje predikční kroky a $x_{t|t}$ filtrační kroky. V okamžiku T aktualizovaná informace (zadaná původně jako apriorní pomocí prvních dvou momentů stavů a parametrů) zohledňuje celou informaci o systému (11) až (12) obsaženou v datech. Zavedením třetího kroku Kalmanova filtru lze informaci z času $t = T$ využít ke zlepšení odhadu pro všechna t . Jedná se o tzv. zpětné vyrovnávání. Formálně lze zpětné vyrovnávání popsat následovně:

$$x_{T|T} \rightarrow x_{T-1|T} \rightarrow x_{T-2|T} \rightarrow x_{T-3|T} \rightarrow \dots \rightarrow x_{1|T}$$

Zatímco predikční a filtrační krok jsou kroky posunuté o jedno období dopředu a končí v čase $t = T$, zpětné vyrovnávání postupuje od koncových hodnot zpět do počátku. Pokud použijeme vyrovnanou koncovou hodnotu $x_{1|T}$ jako novou apriorní informaci o počátečních hodnotách stavů a parametrů ($x_{-1|0}$), můžeme celý postup zopakovat, a tím zlepšit odhad. Dostáváme se tak k principu modifikovaného „iteračního“ KF.

Jak bylo řečeno, odhad parametrů stavů i výstupů je významně ovlivněn apriorní informací ($x_{-1|0}$) zadávanou uživatelem. Je-li tato informace nesprávná, prostřednictvím predikčního, filtračního a zpětné vyrovnávacího kroku se tato chyba může ještě zesílit. Uživatel tím do značné míry předeterminuje výsledky odhadu. Vypovídací schopnost výsledků odhadu je pak ovšem zpochybněna. Existuje však jednoduché a elegantní řešení problému: k omezení subjektivního vlivu uživatele lze využít vlastnost Kalmanova filtru získat informaci o systému z modelových dat. Jako apriorní informaci zadáme nulové hodnoty parametrů a přiměřeně velké, relativně stejné hodnoty jejich rozptylu.¹⁵ Opakováním (iterací) predikčního, filtračního a vyrovnávacího kroku, kdy jsou jako počáteční hodnoty pro novou predikci a filtraci využity koncové hodnoty parametrů a stavů vypočtené zpětným vyrovnáním z předchozí iterace, získáme po přiměřeném počtu iterací „optimální“ odhady vývoje stavů a parametrů. Při správném zadání kauzálních ekonomických vztahů mezi modelovými proměnnými, které odpovídají kauzálním relacím skutečného ekonomického systému, konverguje odhad iterovaných parametrů a nepozorovatelných stavů k ustálenému vývoji, a to i bez kvalifikovaného zadání jejich apriorních odhadů. Významná je také skutečnost, že odhad ustáleného vývoje parametrů zís-

¹⁴ Předpokládáme normální rozložení všech veličin. Proto apriorní informace obsahuje první dva momenty. Distribuce veličin je tak úplně popsána.

¹⁵ Dostatečná velikost druhých momentů umožňuje rychlejší nalezení optimální trajektorie prvních momentů stavových veličin a parametrů.

TABULKA 1 Odhady modelových parametrů
(získáno 35 iteracemi Kalmanova filtru)

rovnice	parametr	odhad parametru	t-stat.	standardní odchylka
(7)	a_1	0,7574	97,0707	0,0078
	a_2	-0,1928	27,5011	0,0071
	a_3	0,0774	12,6431	0,0038
(8)	b_1	0,8670	59,1595	0,0147
	b_2	-0,6013	22,4116	0,0268
	b_3	0,0691	8,6150	0,0080
	b_4	0,0548	7,2039	0,0076
(9)	d	0,7047	67,0073	0,0105
(10)	c_0	-0,1880	12,2702	0,0153
	c_1	0,1788	29,1414	0,0061
	c_2	-0,0799	10,0016	0,0079
	c_3	-0,5777	25,4493	0,0225
	c_4	0,8588	56,9828	0,0151

káme pouze na základě informace obsažené v datech. Odhady jsou tak již podstatně méně subjektivně ovlivněny uživatelem a lze je lépe využít k seriózní kvantitativní analýze modelu.

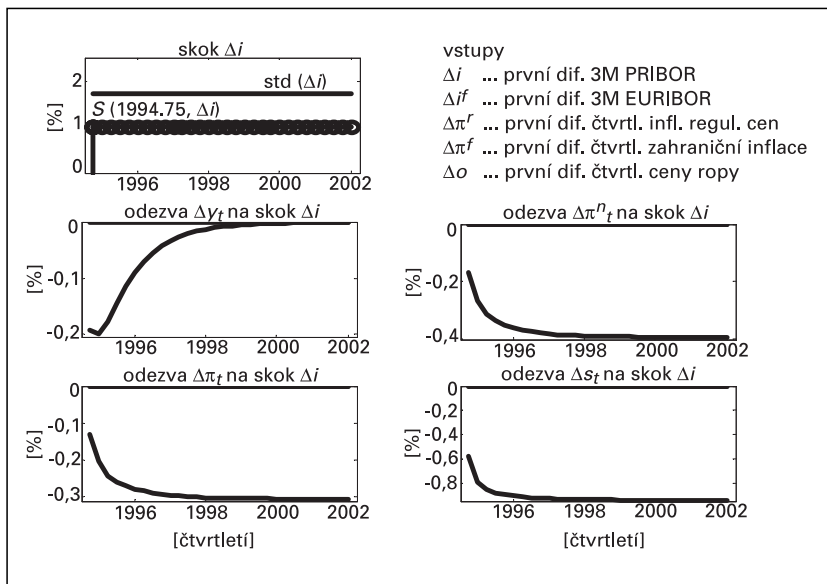
Podrobnější popis iteračního Kalmanova filtru se zpětným vyrovnáním vyžaduje větší prostor, než je vymezen pro tento článek. Bude obsažen v jiné připravované publikaci. Popsanou modifikaci Kalmanova filtru jsme použili k odhadu vývoje parametrů a nepozorovatelných stavů modelu (5) až (10), jehož výsledky jsou uvedeny a analyzovány v následující části.

5. Analýza výsledků odhadu

Kapitola je věnována analýze kvantifikovaného modelu (5) až (10). Srovnáme odhadnuté hodnoty parametrů s teoretickými předpoklady, které byly diskutovány v části 3, provedeme analýzu dynamických vlastností modelu – na základě odezev na impulzy a skoky – a představíme výsledky odhadu rovnovážného produktu (NAIP) pro Českou republiku.

Odhady parametrů jsou uvedeny v *tabulce 1*. Hodnoty byly získány 35 iteracemi Kalmanova filtru. Ačkoli parametry byly odhadovány jako měnící se v čase, bylo iteracemi KF dosaženo jejich konvergence k ustálenému vývoji, který můžeme považovat za konstantní. Výsledek není překvapující, uvědomíme-li si, že modelově by „strukturální“ změny měly být zachyceny ve vývoji NAIP. Usnadňuje se tak ekonomická interpretace smyslu parametrů. Na základě srovnání teoretických předpokladů o parametrech z části 3 s odhadnutými hodnotami lze konstatovat, že předpoklady byly splněny. Identifikovaný modelový systém je dynamicky stabilní a odpovídá ekonomickým předpokladům. Je to o to cennější, uvědomíme-li si, že odhady parametrů byly získány iteracemi KF pouze z informace obsažené ve vývojových řadách modelových veličin. Velmi příznivé hodnoty statistických charakteristik odhadnutých parametrů (tabulka 1) byly získány opakovaným zhodnocováním informace obsažené v datech.

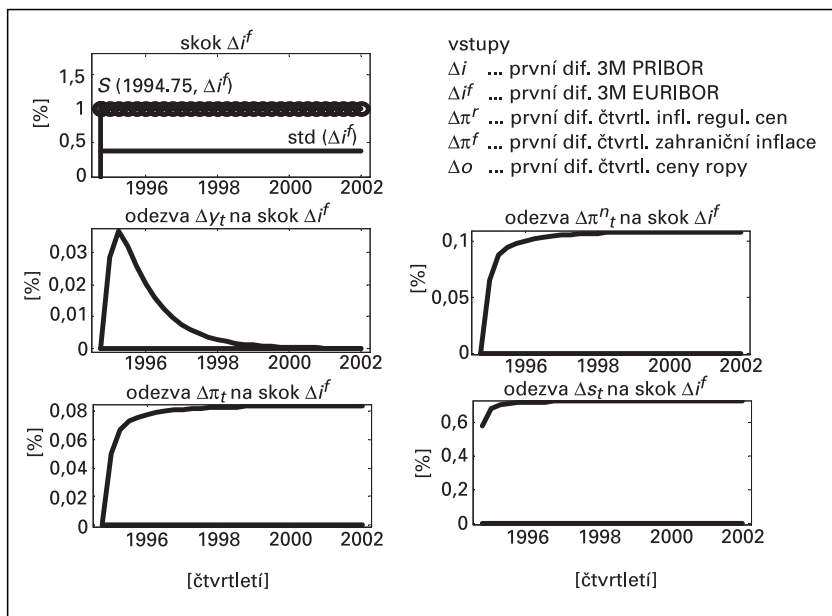
GRAF 2 Odezva modelu na skokovou změnu 3M PRIBOR



Další část kapitoly je věnována analýze dynamického chování modelového systému (5) až (10); přesněji: jeho reakcím na jednotkové impulzní a skokové změny na modelových vstupech. Kvantitativní analýza chování systému byla provedena pomocí odezev výstupů modelového systému (Δy , $\Delta \pi^r$, Δs) na jednotkové skokové změny zavedené postupně na jednotlivých modelových vstupech (Δi , Δi^f , $\Delta \pi^f$ a Δo). Grafy 2–5 shrnují dosažené výsledky. Představujeme v nich pouze výsledky skokové analýzy, která umožňuje využití grafů k dvojí interpretaci. Jelikož veličiny v (5) až (10) jsou vyjádřeny přírůstkově, skoková změna v modelovém vstupu zároveň představuje kumulovanou impulzní odezvu v úrovni výstupních veličin. Grafy 2–5 a) zobrazují reakce výstupních veličin modelu (5) až (10) na skokové změny v modelových vstupech a b) mohou být chápány jako kumulovaná reakce úrovně výstupních veličin (výše reálného produktu, míry inflace a měnového kurzu) na jednotkový impuls ve vstupní veličině. Každý z grafů 2–5 obsahuje pět částí. První z nich zobrazuje skokovou změnu vstupní veličiny v čase a její relaci k standardní odchylce. Další části grafů obsahují odezvy jednotlivých výstupních veličin, a to v pořadí Δy , $\Delta \pi^r$, $\Delta \pi^f$ a Δs . Všechny uváděné hodnoty jsou v čtvrtletním vyjádření.

Reakce systému na změnu v 3měsíční PRIBOR je zachycena na grafu 2. Z první části grafu vidíme, že jednotková změna úrokové míry je v porovnání se standardní odchylkou menší. Trvalý růst úrokové míry o 1 % ($\Delta i = 1$) vyvolá v prvním okamžiku pokles Δy o 0,2 %. V období jednoho roku se tato hodnota sníží asi na polovinu. Zatímco změny v úrokové míře trvale Δy neovlivňují (ve střednědobém období konverguje ke své rovnovážné hodnotě), promítají se do trvalého poklesu inflace. Na druhé části grafu vidíme, že se míra decelerace čisté inflace ustaluje na hodnotě $-0,4$ %. Všimněme si, že decelerace inflace je determinována předpokladem adaptivních

GRAF 3 Odezva modelu na skokovou změnu 3M EURIBOR



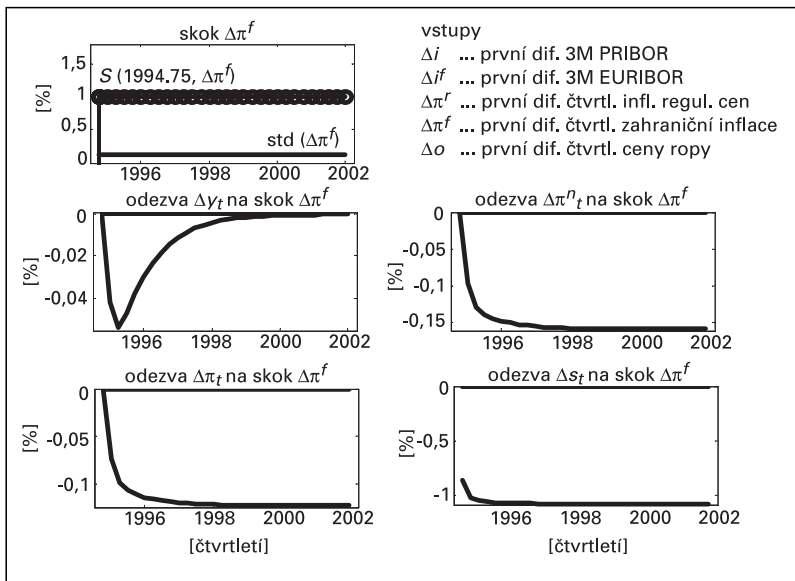
očekávání v rovnici (8). Obdobně reaguje reálný měnový kurz, který se trvale zhodnocuje. Jak je patrné z pátého grafu, rovnovážná míra apreceiace je přibližně 1 %. Interpretace grafu 2 z pohledu dopadu impulzní změny v úrokové míře na úroňové hodnoty veličin je následující: Jednorázový nárůst úrokové míry o 1 % působí dočasný pokles reálného produktu pod jeho rovnovážnou úroveň o 0,2 %, míra inflace trvale klesne o 0,4 % a kurz apreceiace je přibližně o 1 %.

Odezva modelu na skokovou změnu v 3měsíční EURIBOR je zachycena na grafu 3. První část grafu ukazuje, že jednotkový skok Δi^f převyšuje standardní odchylku. Trvalý růst zahraniční úrokové míry o 1 % dočasně způsobuje růst reálného produktu o 0,04 %. Zároveň vyvolává akceleraci čisté inflace o 0,1 % a trvalou depreciační reálného měnového kurzu o 0,7 % čtvrtletně. Druhou možností interpretace je, že nárůst zahraniční úrokové míry o 1 % způsobí dočasnou pozitivní produkční mezeru (růst domácího HDP), jednorázový nárůst čisté inflace o 0,1 % a depreciační měnového kurzu o 0,7 %.

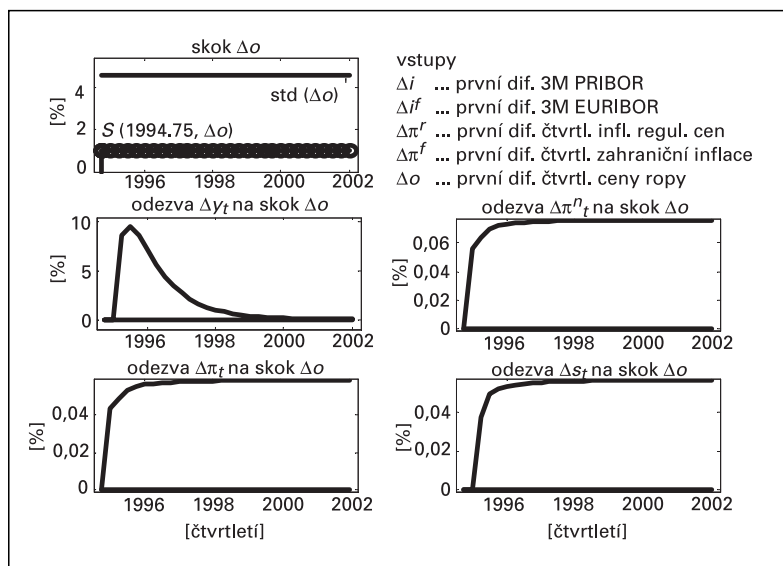
Graf 4 představuje reakci modelu na skokovou změnu v zahraniční (německé) inflaci. Růst německé inflace o 1 % tak v každém čtvrtletí způsobuje dočasný pokles produktu o 0,05 %, deceleraci čisté inflace o 0,15 % a trvalou apreceiaci měnového kurzu o více než 1 %. Podobné hodnoty pak platí, interpretujeme-li grafy jako reakce úroňových hodnot. Jednorázová změna zahraniční čtvrtletní inflace o 1 % sníží dočasně domácí HDP o 0,05 %, domácí čistou inflaci o 0,15 % a apreceiaci kurz o 1 %.

Odezva systému na skokovou změnu v cenách ropy je uvedena na grafu 5. Z první části grafu vyplývá, že čtvrtletní jednotkový růst ceny ropy nedosahuje ani poloviny standardní odchylky této veličiny. Protože vliv cen

GRAF 4 Odezva modelu na skokovou změnu v růstu zahraniční (německé) inflace

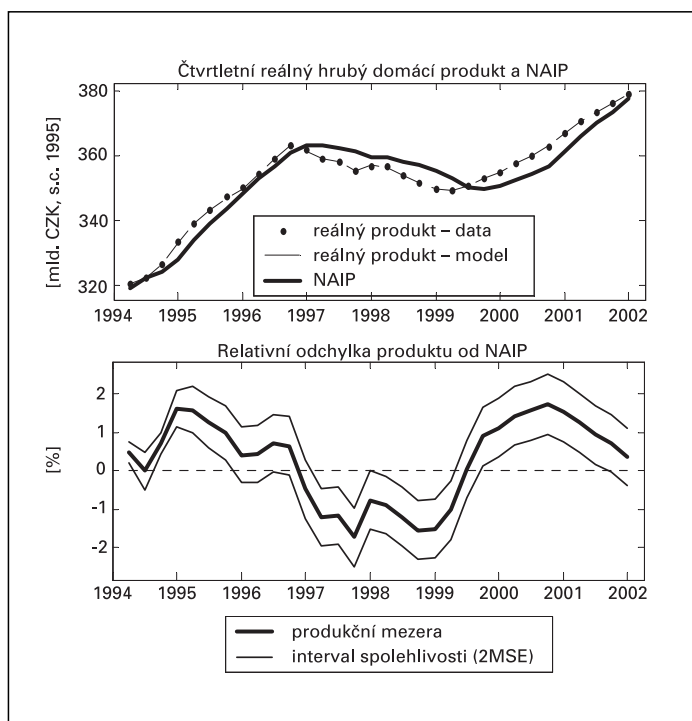


GRAF 5 Odezva modelu na skokovou změnu v cenách ropy



ropy působí na reálný produkt nepřímou přes vztah (8) a (10), modelové vazby tak implikují růst produktu o 0,001 %, což je sice vliv zanedbatelný (i v případě, kdy $\Delta o = 10$ %), ale z ekonomické interpretace je takový důsledek nesprávný. Čtvrtletní čistá inflace reaguje na trvalý růst Δo akce-

GRAF 6 Vývoj reálného HDP, odhad vývoje NAIP a produkční mezery (interval spolehlivosti 2MSE)



lerací o 0,07 % a reálný měnový kurz trvalou depreciací o 0,05 %. Interpretace vlivu jednorázového nárůstu Δo o 1 % je obdobná jako v předchozích případech.

Dostáváme se k interpretaci odhadu vývoje potenciálního produktu neakcelerujícího inflaci (NAIP). Graf 6 představuje vývoj NAIP ve srovnání s vývojem reálného HDP a vývoj produkční mezery vyjádřené jako procentní odchylka reálného HDP od NAIP. Interval spolehlivosti vývoje produkční mezery jsou pásma představující dvojnásobek střední čtvercové chyby odhadu nad a pod vývojem mezery (interval 2MSE). Graf 6 ukazuje, že vývoj českého hospodářství lze rozdělit do tří období.

První období (rok 1994 až 1997) je obdobím relativně rovnovážného růstu. Reálný HDP se dostává do inflačního pásma jen v roce 1995. V ostatních letech prvního období se od vývoje NAIP významně neodchyluje. V roce 1997 nedochází k výrazně pozitivní produkční mezeře, jak by se dalo očekávat. Je to dáno charakterem vývoje modelových veličin v prvním uvažovaném období. Na grafu 1 vidíme, že v prvním období je vývoj inflace, cen rohy, a zejména měnového kurzu relativně stabilní. Nedochází tedy k takovému vývoji modelových faktorů, který by v roce 1997 vedl k pozitivní produkční mezeře.

Druhé období vývoje českého hospodářství (1. čtvrtletí roku 1997 až 3. čtvrtletí 1999) je charakterizováno významně negativní produkční me-

zerou. V tomto období nejenže klesá reálný HDP, ale výrazně klesá také NAIP. Modelový odhad tak indikuje výraznou reakci ve vývoji nabídkové strany české ekonomiky a její značnou pružnost. Tímto se výsledky liší od ostatních kvantitativních analýz, které v tomto období předpokládají fixní růst rovnovážného produktu.¹⁶ Domníváme se, že toto není správný odhad. Víme-li, že v uvažovaném období působily dvě významné monetární restriktce – s evidentním dopadem do reálného sektoru –, pak lze jen stěží předpokládat, že došlo k růstu rovnovážného produktu.

Třetí období (od 3. čtvrtletí 1999 do současnosti) představuje období pozitivní produkční mezery. Vývoj NAIP poklesl pod vývoj reálného HDP a od poloviny roku 1999 se produkční mezera udržuje v pozitivních hodnotách, přibližně 1 %. Ke konci roku 2001 se inflační mezera postupně uzavírá a zdá se, že růst lze pokládat za rovnovážný.

Závěr

Model produktu neakcelerujícího inflaci je simultánní šestimocný model. Jádrem modelu tvoří rozšířená Phillipsova křivka a IS-křivka. Předpokládáme, že očekávání ekonomických subjektů jsou tvořena adaptivně. Model byl použit k vytvoření inflačních očekávání a očekávání inflačních determinant. Analýza odhadnutého modelu NAIP ukázala přijatelné reakce, které jsou v souladu s ekonomickou teorií. Pouze v případě odezvy reálného produktu na skokovou změnu v inflaci ceny ropy došlo k reakci opačné, než kterou lze předpokládat teoreticky (i když co do odezvy nepatrné). Taková odezva je způsobena transmisí šoku přes inflaci na měnový kurz a následně na produkt. Aby modelová odezva odpovídala výchozí ekonomické teorii, musela by být zmíněná reakce kompenzována přímým negativním vlivem cen ropy na produkt. V předběžných verzích modelu byl tento přímý vliv cen ropy na reálný produkt uvažován, avšak neprojevilo se jako statisticky významný, a proto nebyl do modelu zahrnut. Odhady vývoje NAIP a produkční mezery se ukázaly jako velmi robustní. I když struktura modelu zaznamenala výrazné změny, odhad vývoje NAIP se zásadně nezměnil a nenastala ani větší změna ve vývoji produkční mezery. Robustnost odhadu NAIP je důležitou vlastností pro jeho využití při tvorbě hospodářské politiky. Estrella a Mishkin (1998) zdůrazňují, že pro monetární politiku není důležitý přesný odhad vývoje produkční mezery, ale její charakter. Domníváme se, že dosažené výsledky lze z tohoto hlediska považovat za spolehlivé.

V rámci dalšího výzkumu¹⁷ je připravován dvoustupňový model pro odhad rovnovážných trajektorií reálné úrokové míry a reálného měnového kurzu v první fázi a pro kvantifikaci vývoje potenciálního produktu neakcelerujícího inflaci (NAIP) v souvislosti s inflací a odchylkami od rovnovážného vývoje reálné úrokové míry a reálného měnového kurzu ve fázi druhé (tzv. model „gapové dynamiky“ NAIP). Na základě modifikovaného

¹⁶ Srovnej (Hájek – Bezděk, 2001).

¹⁷ Výzkum je podporován Českou národní bankou a Grantovou agenturou ČR (projekt r.č. GA 402/02/0393)

Okunova zákona bude model dále rozšířen o třetí fázi, fázi zajišťující odhad vývoje míry nezaměstnanosti neakcelerující inflaci (tzv. model „gapové dynamiky“ NAIRU).

LITERATURA

- ASTLEY, M. – YATES, T. (1999): Inflation and Real Disequilibria. *Bank of England, Working Paper*, 1999, no. 103.
- BLANCHARD, O. (2000): What Do We Know about Macroeconomics That Fisher and Wicksell Did Not? *The Quarterly Journal of Economics*, vol. CXV, issue 4, pp. 1375–1409.
- BOONE, L. (2000): Comparing Semi-Structural Methods to Estimate Unobserved Variables: The HPMV and Kalman Filters Approaches. *OECD Working Paper ECO/WKP*, 2000, no. 13.
- CARD, D. (1995): The Wage Curve: A Review. *Journal of Economic Literature*, vol. 33, 1995, pp. 785–799.
- ESTRELLA, A. – MISHKIN, F. S. (1998): Rethinking the Role of NAIRU in Monetary Policy: Implications of Model Formulation and Uncertainty. *NBER, Working Paper*, 1998, no. 6518.
- GERLACH, S. – SMETS, F. (1997): *Output Gaps and Inflation. Unobserved-components Estimates for G-7 Countries*. Bank for International Settlements, Basel, 1997 – mimeo.
- GORDON, R. J. (1996): The Time-Varying NAIRU and Its Implications for Economic Policy. *NBER Working Paper Series*, 1996, no. 5735.
- HÁJEK, M. – BEZDĚK, V. (2001): Odhad potenciálního produktu a produkční mezery v ČR. Praha, *Výzkumná práce sekce měnové ČNB*, VP26–01.
- KITCHIAN, M. (1999): Measuring Potential Output within a State-Space Framework. *Bank of Canada, Working Paper*, 1999, no. 99–9.
- KUTTNER, K. N. (1994): Estimating Potential Output as a Latent Variable. *The Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, 1994, no. 3, pp. 361–368.
- RICHARDSON, P. et al. (2000): The Concept, Policy Use and Measurement of Structural Unemployment. *OECD Working Paper*, ECO/CPE/WP1, 2000, no. 2.
- SARGENT, T. J. (1987): *Macroeconomic Theory*. Second Edition. Academic Press, New York, ISBN 0–12–619751–2.
- VÁŠÍČEK, O. – FUKAČ, M. (2001): The Identification and Analysis of NAIP Model within the State-Space Framework. IFAC, *Proceedings of Conference on Modeling and Control in Economics*, Klagenfurt (in print).

SUMMARY

JEL Classification: C32, E52, E59

Keywords: steady-state product – non-accelerating inflation product – augmented Phillips curve – iterated Kalman filter with backward smoothing

Macroeconomic Model of Non-Accelerating Inflation Product

Osvald VAŠÍČEK – Faculty of Economics and Administration, Masaryk University, Brno and Czech National Bank, Prague (osvald@econ.muni.cz)

Martin FUKAČ – CERGE-EI, joint place of Charles University, Prague and Academy of Science, Prague (martin.fukac@cerge-ei.cz)

In this paper the authors try to measure production gap in the Czech Republic and, consequently, non-accelerating inflation product (NAIP) as an approximation of potential product. NAIP is treated as an unobservable variable, to which an augmented Phillips curve plays a key role in its identification. The analysis is conducted on quarterly economic data provided by the Czech Statistical Office. An iterated extended Kalman filter is employed as an estimation method. The results indicate that the supply side of the Czech economy is more flexible than has been suggested in previous literature on the topic.